# KAPITEL 2
# COST-BENEFIT-ANALYS AV SMÅ OCH STORA PROJEKT

Den franske ingenjören Jules Dupuit, vilken analyserade väg- och broprojekt, kommunalt vattenutbud m.m., anses vara cost-benefit-analysens (ofta förkortad CBA) fader. Hans mest berömda vetenskapliga arbeten är De la Measure de l'Utilite des Travaux Publiques från 1844 och De l'Influence des Pe'ages sur Utilite' des Voies de Communication från 1849. I den förra uppsatsen visar han att marginalnyttan av offentliga arbeten är avtagande och genomför en välfärdsanalys genom att summera ytan under marginalnyttokurvan, vad som idag betecknas konsumentöverskottet. I den andra uppsatsen studerar han hur en vägtull påverkar välfärden och introducerar den s.k. skattekilen, eller den extra minskning av nyttan som vägtullen åstadkommer[14]. Det enda han inte genomförde (för att nå fram till en CBA) var att gå från en nyttometrik till en penningmetrik. Man kan utan vidare säga att Dupuit var den som först förstod hur man kunde värdera s.k. stora samhällsekonomiska projekt (och vad som avses med små respektive stora projekt klargörs i det följande).

Vem eller vilka som var de första att utvärdera s.k. små projekt är inte glasklart. I USA infördes år 1936 en Flood Control Act. Den stipulerade att för projekt som hade med vatten att göra skulle intäkterna överstiga kostnaderna. Ekonomerna använde i sina analyser verktyg som var skapade av Jules Dupuit och Alfred Marshall, det vill säga konsument- och producentöverskott (ytor mellan kurvor). De flesta ekonomer insåg emellertid att alla marknader inte satt ihop och rent praktiskt var det rimligt att man höll isär projekt, exempelvis stöd till majsodlingar och bilindustrin. Utvärderingarna blev därför av en partiell jämviktskaraktär.

Hotelling (1938) gick längre genom att i en allmän jämviktanalys visa att störande skatter leder till välfärdförluster i förhållande till, grovt uttryckt, "klumpsummeskatter". Hans "teorem" lyder:

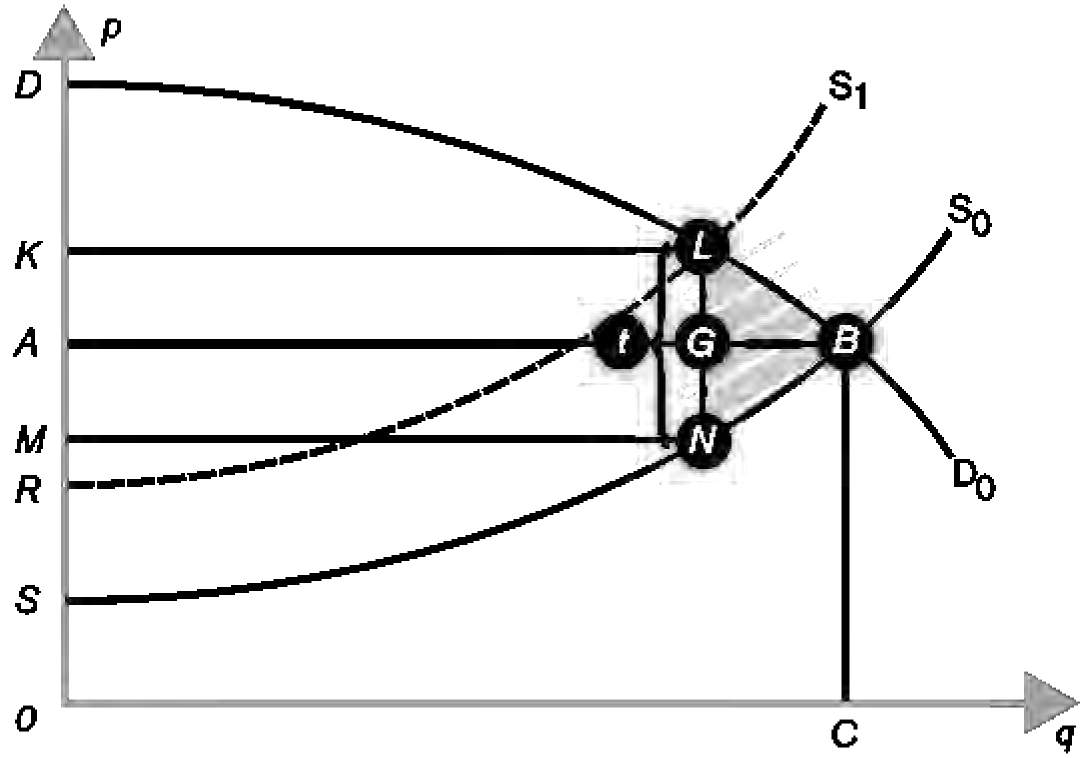
*If a person must pay a certain sum of money in taxes, his satisfaction will be greater if the levy is made directly on him as a fixed amount than if it is made through a system of excise taxes which he to some extent can avoid by rearranging his production and consumption*.

Han visade också att om summa konsument- och producentöverskott minskar till följd av en skatt på marginalkostnaden så kan denna välfärdförlust approximeras med vad som senare kommit att kallas en Harberger-triangel, vilken sägs ha "introducerats" av Harberger (1964, 1971)[15], men insikten fanns redan hos Dupuit (1849).

---

[14] På engelska kallas skattekilen för excess burden. Den innebär att konsumenternas betalningsvilja är lägre än skatteintäkten.

[15] Skämt åsido, någon kallade dem Harberger-trianglar, därför att han inte läst på. Det är sannolikt en amerikan som typiskt struntar i doktrinhistorien.




Figur 2.1 Dupuit – Harberger triangeln vid en enhetsskatt t

A.R. Prests och R. Turveys översikt från 1965 innehöll en god genomgång av området, men tillförde egentligen inte något revolutionerande nytt. En handbok kring cost-benefit-analys av P. Dasgupta, S. Marglin och A. Sen från 1972 innehöll riktlinjer för projektutvärderingar. Deras bidrag var att om staten genomför ett projekt som involverar konsumtionsvaror och insatsvaror som köpts på konkurrensmässigt ”störda” marknader ska man värdera varorna med hjälp av ”skuggpriser”. Tekniskt blev det frågan om en partiell jämviktsuppskattning av skuggpriserna. Samma år kom Lesournes bok och där finns en analys av allmän jämviktskaraktär som involverar störande skatter och genererar skuggpriser. Analysen förfinades ytterligare av Boadway (1975), bl.a. vad gäller skuggpriserna.

Vissa av de författare som använder skuggpriser skattar dessa i ett (näst bästa) optimum medan vi utvärderar priserna kring ekonomins rådande jämvikt. Det senare angreppssättet ger dock samma termer om än utvärderade vid rådande nivåer för skatter, marknadsmisslyckanden, etc. Det är rimligen enklare att applicera vårt tillvägagångssätt än ett som bygger på att t.ex. den optimala marginalskatten (kanske lika med noll för den mest produktive individen) används i analysen.

## SMÅ OCH STORA PROJEKT

Vad är ett litet investeringsprojekt? Som vi skall visa nedan har det att göra med huruvida vi approximerar välfärden (nyttofunktionen) med en förstaordningsapproximation istället för en approximation av högre ordning. Låt oss studera en Taylorexpansion av en nyttofunktion $u = u(x_1, x_2)$ med två varor $x_1$ och $x_2$. Ett projekt förändrar $x_i$ från $x_i^0$ till $x_i^1$. Taylorexpansionen kan då skrivas:

$$\Delta u = u(x_1^1, x_2^1) - u(x_1^0, x_2^0) = \frac{\partial u}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2}\Delta x_2 + \\ + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}\Delta x_1^2 + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2}\Delta x_1 \Delta x_2 + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}\Delta x_2^2\right) + R_3 = R_1 + R_2 + R_3 \tag{2.1}$$

där $\Delta x_i = x_i^1 - x_i^0$, och $R_3$ innehåller termer av tredje och högre ordningen. I högerledet betecknar $R_1$ första ordningens termer, dvs. de två första termerna i mittenledet, och $R_2$ innehåller andra ordningens termer, dvs. uttrycket inom parentes i mittenledet (multiplicerat med ½). I fortsättningen antar vi att $R_3 \approx 0$ och bortser därför från denna term. Uttrycket i (2.1) innehåller därefter första och andra derivator och dessa utvärderas vid startvärdena för $x_1$ och $x_2$.

Ett litet projekt definieras som ett projekt för vilket det gäller att $R_2 \approx 0$, dvs. ett projekt för vilket uttrycket inom parentes i mittledet i (2.1) är approximativt lika med noll.

Utnyttja nu ett av första ordningens villkor för nyttomaximering: $\partial u / \partial x_i = \lambda^0 p_i^0$, där $\lambda$ är en s.k. Lagrange-multiplikator (knuten till konsumentens budgetrestriktion, se nedan) och mäter inkomstens marginalnytta, $p_i$ är priset på vara *i* och båda storheterna är utvärderade till initiella nivåer/värden. Det lilla projektet kan då utvärderas som

$$\frac{\Delta u}{\lambda^0} = \sum_i p_i^0 \Delta x_i \tag{2.2}$$

Det högra ledet är löst uttryckt ändringen av nationalprodukten i fasta priser. Notera att denna ändring är proportionell mot och således har samma tecken som den icke observerbara nyttoförändringen $\Delta u$. Med andra ord, ökar nationalprodukten så ökar också nyttan, åtminstone i den starkt förenklade värld utan imperfektioner som vi betraktar här.

För ett stort projekt måste vi också ta hänsyn till termen $R_2$ i (2.1), dvs. vi kan inte längre anta att $R_2 \approx 0$. Det kan röra sig om en stor järnvägsinvestering eller ett större klimatprojekt som märkbart påverkar en del priser i ekonomin (och för riktigt stora projekt kan det vara nödvändigt att inkludera högre termer). Som vi visar i ett appendix kan ett sådant projekt utvärderas som följer

$$\frac{\Delta u}{\lambda^0 + \frac{1}{2}\Delta\lambda} = \sum_i p_i^0 \Delta x_i + \frac{1}{2}\sum_i \Delta p_i \Delta x_i$$

Den första termen i högra ledet är - som tidigare - löst uttryckt ändringen av nationalprodukten i fasta priser och den andra termen approximerar andra ordningens förändring av nyttan och kan tolkas som förändringar i konsumentöverskotten (och betecknas ofta ”the rule of a half” i cost-benefit-analys). Ett litet projekt svarar således emot en förstaordningsapproximation, medan en andraordningsapproximation – relevant för ett större projekt – också innehåller ändringar i konsumentöverskott (och eventuellt i producentöverskott) orsakade av prisanpassningar.

Det är inte helt lätt att operationalisera begreppet ”litet” (eller ”stort”) projekt. Som förstahandshypotes kan man ha att projektet inte påtagligt påverkar jämviktspriserna i ekonomin. I vissa fall finns det anledning modifiera denna hypotes. Ett uppenbart skäl är en skatt som antingen införs eller kraftigt ändras. Vi får i det enklaste fallet med en horisontell utbudskurva en konsumentöverskottsändring vars storlek ytterst bestäms av efterfrågekurvans lutning (priselasticitet). Ett annat fall är en väg- eller järnvägsinvestering. En sådan genererar i allmänhet ny trafik. Det kan uppfattas så att för vissa resenärer sjunker priset på transporten från en nivå där tjänsten inte efterfrågas till det faktiska priset. Ännu en gång gäller det att skatta en konsumentöverskottsändring. Allmänt sett har man i sådana situationer ofta lutat sig mot "rule of half" vilket helt enkelt innebär att man inkluderar andra ordningens effekter. Det är således en (andra ordningens) Taylorapproximation, precis som nämnts ovan.

Ett liknande förhållande föreligger då projektet involverar icke-prissatta nyttigheter, t.ex. "miljökvalitet". Vi får en förflyttning längs en betalningsviljekurva för nyttigheten. Används en betalningsviljefråga är detta inget som utredaren behöver bekymra sig om. Via frågan får man en skattning av den relevanta ytan. Används en indirekt metod, t.ex. en resekostnadsstudie är problemet snarlikt det som skisserats ovan i samband med infrastrukturprojekt.

Det kan även tänkas att projektet ger upphov till lokala "hot spots" eller överhettningsfenomen. I synnerhet under investeringsfasen kan projektet driva upp den lokala lönenivån för vissa yrkeskategorier.

Är projektet så stort att en numerisk allmän jämviktsmodell används så löser sig frågan så att säga av sig själv. Projektet förflyttar ekonomin från en allmän jämvikt till en annan. Vår förmodan är ändå att väldigt få projekt genererar signifikanta prisändringar på andra marknader än den/de som primärt berörs av projektet. Men läsaren hänvisas till Carbone och Smith (2010 och 2013) för en intressant analys av allmänna jämviktseffekter av ekosystemtjänster.

Slutsatsen blir att det är upp till utredarens omdöme att avgöra om projektet är litet eller stort. Vår förmodan är att det ter sig ganska naturligt hur storleksfrågan hanteras i den enskilda utvärderingssituationen. Flertalet projekt är små eller marginella – med undantag för att vissa grupper av användare och/eller nyckel grupper av arbetskraft kan påverkas på ett icke-marginellt sätt. Till och med för så omfattande förändringar som ett antal jobbskatteavdrag eller en nedläggning av en stor bilproducent är det svårt att empiriskt belägga någon effekt på ekonomins priser.

Exempel kan hämtas från litteraturen kring allmän jämviktsmodellering och vi väljer här några från SOU 1997:11, där en detaljerad allmän jämviktsmodell användes. Erfarenheterna från energiskattehöjningsexperimenten visar att priserna inte rör sig speciellt mycket, utom på de marknader som direkt berörs av höjningen, i detta fall priser på fossila bränslen. Intuitivt beror de ringa spridningseffekterna på att kostnadsandelen för de flesta sektorer vad gäller fossila bränslen inte är särskilt hög. Givetvis är de empiriska resultaten beroende av de antaganden som görs i den enskilda modellen, men Marshalls devis om "the importance of being unimportant" sammanfattar på sätt och vis den grundläggande intuitionen väl. Är kostnadsandelen liten, blir priseffekten ofta inte särskilt stor i andra och tredje led.

## COST-BENEFIT-ANALYS UNDER PERFEKTA MARKNADER

Det finns flera sätt att analysera projekt som skall värderas i en modellekonomi. Vi skall börja med en analys som bygger på möjligheten att påverka en modellekonomi med perfekta marknader genom att behandla projektet som en parameter (vektor) som ingår i nyttofunktioner och/eller produktionsfunktioner. I grunden kan man uppfatta detta angreppssätt som innebärande att ett statligt ägt företag producerar varor för marknaden, utan att det nödvändigtvis maximerar vinsten. Dess produktion uppfattas som exogent bestämd, dvs. kan ändras genom att en parameter varieras.

Låt oss studera en mycket förenklad allmän jämviktsmodell som innehåller ett företag och en enda konsument som byter två varor och tjänster med varandra. Konsumenten ställer delar av sin fritid till förfogande, och företaget använder arbetskraften för att producera varor som konsumenten köper. Konsumenten antas också äga företaget och därmed vinsten. Det finns ju bara en person i modellen som ibland går under namnet Robinson Kruse-modellen. Modellekonomin är atemporal. Det betyder att den saknar tidsdimension.

Låt hushållets nyttofunktion ha utseendet

$$u = u(x, l; \alpha) \tag{2.3}$$

där $x$ är efterfrågan efter varan, $l$ är utbudet av arbetskraft och $\alpha$ är den exogena projektparametern. Konsumentens budgetrestriktion är $px = wl + \Pi$, där $p$ är priset på varan, $w$ är lönen och $\Pi$ är företagets nominella vinst.

Företagets produktionsfunktion är $x^s = f(l^d; \alpha)$ och vinsten kan skrivas som

$$\Pi = px^s - wl^d = pf(l^d; \alpha) - wl^d \ . \tag{2.4}$$

Här är $x^s$ utbudet av varan och $l^d$ är efterfrågan efter arbetskraft. Genom att använda varupriset som numerär (se nedan) kan vi skriva det vinstuttryck som skall maximeras

$$\max_{l^d} \pi = x^s - \omega l^d = \max_{l^d} f(l^d; \alpha) - \omega l^d \tag{2.5}$$

där $\omega = w / p$ är reallönen och $\pi$ är den reala vinsten. Skalningen är möjlig därför att den optimala lösningen av varujämvikten och jämvikten på arbetsmarknaden är homogen av grad noll i priserna. Tekniskt innebär detta att priserna $p$ och $w$ kan skalas uppåt eller nedåt genom multiplikation med en gemensam konstant utan att de omsatta kvantiteterna förändras. Typiskt dividerar man med ett av priserna som kallas för en numerär för att erhålla ett relativpris.

Av liknande skäl kan vi skriva konsumentens maximeringsproblem som

$$\max_{l,x} L = u(x, l; \alpha) + \lambda(x - \omega l - \pi) \tag{2.6}$$

där konsumenten väljer $l$ och $x$ så att nyttan maximeras givet budgetrestriktionen. Genom att substituera för $\pi$ i företagets maximeringsproblem i Lagrange-funktionen, givet att ekonomin är i fullständig jämvikt ($l = l^d, x^s = x$)[16], kan vi maximera

$$\max_{l,x} L = u(x, l; \alpha) + \lambda[f(l; \alpha) - x] \tag{2.7}$$

där $\lambda$ är en s.k. Lagrange-multiplikator. Detta angreppssätt ger den sociale planerarens lösning av problemet. Alternativet är att lösa båda maximeringsproblemen oberoende av varandra, vilket är mera tidsödande.

Första ordningens villkor för maximum kan skrivas[17]

$$(i)\ \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - \lambda = 0$$

[16]Kan tolkas som att en social planerare utför maximeringen.
[17] Vi antar att lösningen också innehåller tillräckliga villkor för maximum.

$$(ii)\ \frac{\partial L}{\partial l} = \frac{\partial u}{\partial l} + \lambda f_l(l;\omega) = 0 \tag{2.8}$$

$$(iii) \frac{\partial L}{\partial \lambda} = f(l;\alpha) - x = 0$$

Ekvation (i) säger att konsumenten konsumerar så mycket av varan att dess marginalnytta är lika med inkomstens marginalnytta $\lambda$. Ekvation (ii) säger att konsumenten arbetar så mycket att arbetets "disutility" eller "smärta" är lika med arbetskraftens marginalprodukt konverterad till nyttoenheter genom multiplikation med $\lambda$ som kan uppfattas som en marginell växelkurs mellan monetära enheter och nyttoenheter.

Lösningen på det allmänna jämviktsproblemet kan nu skrivas som

$l^d = l(\omega,\alpha)$, $x^s = x(\omega,\alpha)$ och $\lambda = \lambda(\omega,\alpha)$.

Genom att substituera varorna och Lagrange-multiplikatorn in i den optimerade Lagrange-funktionen kan vi skriva:

$$L^* = u[x(\omega,\alpha), l(\omega,\alpha);\alpha] + \lambda(\omega,\alpha)\{f[l(\omega,\alpha);\alpha] - x(\omega,\alpha)\}. \tag{2.9}$$

Genom att totalt differentiera Lagrange-funktionen med avseende på parametern $\alpha$ erhåller vi

$$\frac{dL^*}{d\alpha} = \frac{\partial L^*}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial \alpha} + \frac{\partial L^*}{\partial l}\frac{\partial l}{\partial \alpha} + \frac{\partial L^*}{\partial \lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} + \lambda(\omega,\alpha)(\frac{\partial f}{\partial \alpha} - \frac{\partial x}{\partial \alpha}) + \frac{\partial u}{\partial \alpha} = \frac{\partial u[x(\omega,\alpha), l(\omega,\alpha);\alpha]}{\partial \alpha} = \frac{\partial L^*}{\partial \alpha}$$

(2.10)

Skälet är att samtliga derivator utom en "försvinner" på grund av att första ordningens villkor för maximum är uppfyllda och att restriktionen alltid är noll oberoende av värdet på $\alpha$.

I det aktuella fallet kan vi använda (2.9) för att direkt erhålla

$$\frac{\partial L*}{\partial \alpha} = \frac{\partial u[.]}{\partial \alpha} = u_\alpha + \lambda \frac{\partial f}{\partial \alpha} \tag{2.10'}$$

där $u_\alpha$ anger derivatan med avseende på det sista argumentet i nyttofunktionen (allt annat lika) och parametern också är ett argument i produktionsfunktionen. I ett allmänt jämviktsperspektiv kan en liten parameterförskjutning således utvärderas som

$$\frac{du}{\lambda} = (\frac{u_\alpha}{\lambda} + \frac{\partial f}{\partial \alpha})d\alpha$$

I denna CBA har vi multiplicerat med "projektstorleken" $d\alpha$ samt konverterat nyttoförändringen till "kronor och ören" genom division med inkomstens marginalnytta; jämför vår tidigare regel för utvärdering av ett litet projekt. Högerledet består av två termer. Den första fångar in konsumentens marginella betalningsvillighet för en liten parameterförskjutning. Den andra termen fångar in effekten på produktionen via produktionsmöjligheterna av en liten ändring av parametern. I termer av miljö kan parametern t.ex. vara reducerade utsläpp av en gas som negativt påverkar såväl hälsa som produktionsmöjligheter.

**Slutsats:** *I en perfekt marknadsekonomi kan man alltid erhålla värdet av ett marginellt projekt genom att partialderivera den optimala värdefunktionen med avseende på projektparametern (parametrarna).*

Resultatet är mycket välkänt och en slutsats av det s.k. enveloppteoremet (envelope theorem i engelskspråkig litteratur); uttrycket envelopp (från franskans enveloppe) återfinns i Svenska Akademiens ordbok, där dess matematiska innebörd spåras till Walter af Jochnick (1885). Det finns flera varianter med namn som Hotellings lemma, Shephards lemma och Roys identitet. De första ekonomer som insåg betydelsen av enveloppteorem i ekonomiska sammanhang var tyskarna[18] Auspitz och Lieben (1889).

Frågan är också om vi kan replikera detta envelopresultat med en linjär approximation av det slag som vi använde i ett tidigare avsnitt. Låt oss för detta ändamål skriva den indirekta nyttofunktionen (som för övrigt kan uppfattas som den (indirekta) sociala välfärdsfunktionen i en ekonomi med enbart en konsument)

$$V = V(\omega, \pi(\omega, \alpha), \alpha)$$

Ett projekt, dvs. en ändring av parametern $\alpha$, förflyttar ekonomin från en allmän jämvikt (toppindex 0) till en annan (toppindex 1)

$$\Delta V = V(\omega^1, \pi(\omega^1, \alpha^1), \alpha^1) - V(\omega^0, \pi(\omega^0, \alpha^0), \alpha^0) = V_\omega \Delta\omega + V_\pi \Delta\pi + V_\alpha \Delta\alpha + R^h$$

där fotindex refererar till derivator, $\Delta\pi = \pi_\omega \Delta\omega + \pi_\alpha \Delta\alpha$ och resttermen $R^h$ innehåller termer relaterade till andra och högre derivator.

För ett litet projekt gäller att vi kan bortse från resttermen $R^h$. Utnyttjas jämviktsvillkoren, dvs. att utbud skall vara lika med efterfrågan på varje marknad, reduceras då uttrycket (efter multiplikation med $1/\lambda$)till

$$\frac{\Delta V}{\lambda} = (\frac{V_\alpha}{\lambda} + \pi_\alpha)\Delta\pi \qquad (2.10'')$$

där $V_\alpha = u_\alpha$ och $\pi_\alpha = f_\alpha = \partial f / \partial\alpha$. Ekvationerna (2.10′) och (2.10′′) ger således samma cost-benefit-regel för ett litet projekt.

Vi kommer naturligtvis att senare också diskutera hur cost-benefit-reglerna ändras om hänsyn tas till marknadsimperfektioner, t.ex. i form av störande skatter, arbetslöshet och monopol.

## COST-BENEFIT-REGLER FÖR NATURRESURSER[19]

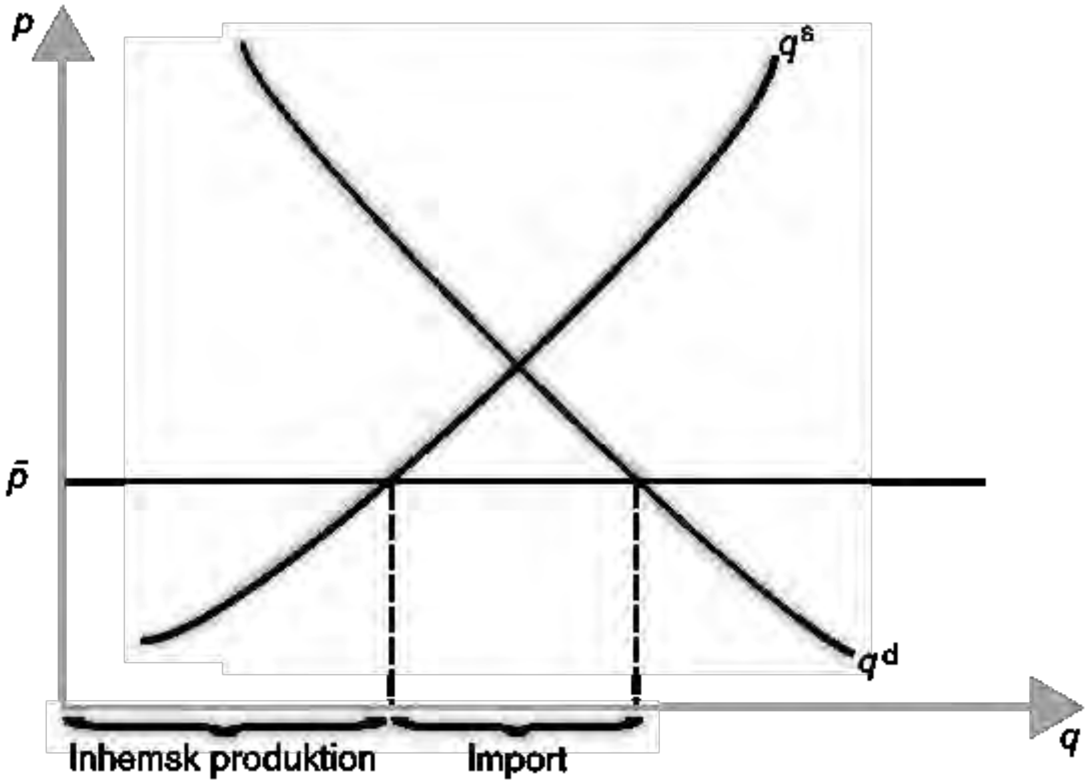
Vi skall i detta avsnitt visa hur små projekt kan hanteras i en ekonomi med naturresurser och konsumtionsvaror som produceras av naturresurser och arbetskraft. Man kan fråga sig varför vi speciellt fokuserar på naturresurser? Det beror på att utvinning av naturresurser har en delvis annan optimal lösning än den som gäller när den privata industrin använder naturresurser för att producera

[18] Kusinerna Auspitz och Lieben föregrep i nästan alla avseenden Hotelling, Roy och Shephard.

[19] Detta avsnitt bygger på Johansson och Löfgren (1985).

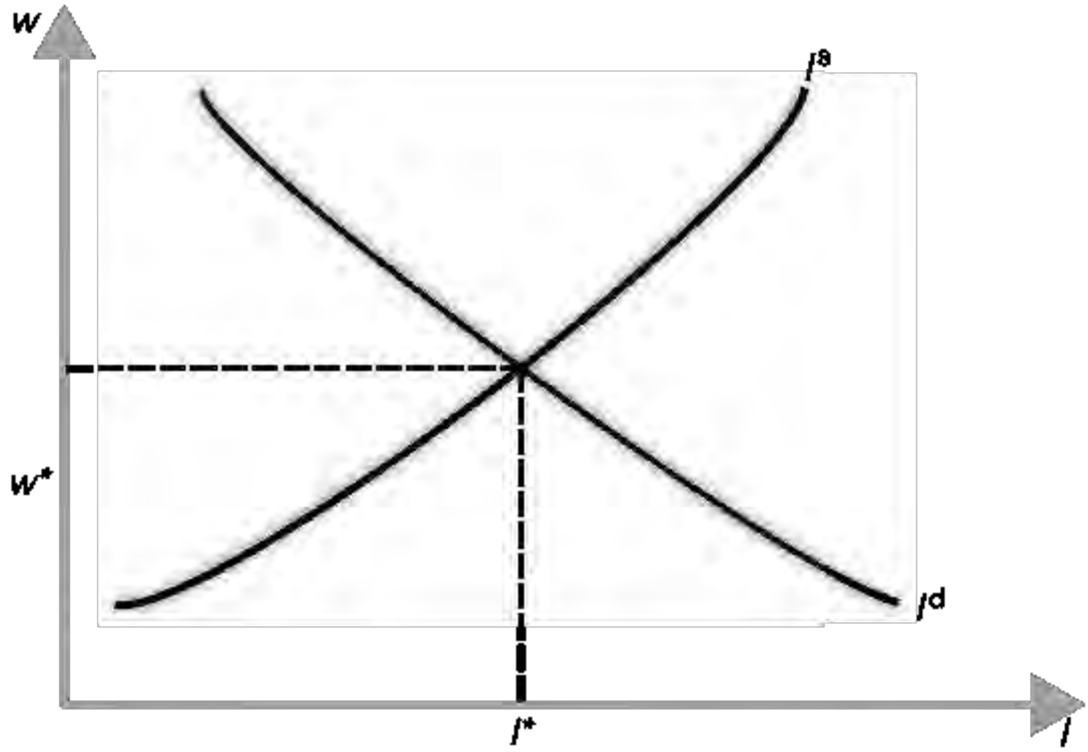
konsumtionsvaror. Dessutom har gruvbrytning under senare tid blivit en omtvistad näring; sedan lång tid har skogsskötsel och hantering av fiskbestånd varit heta diskussionsämnen.

Vi studerar en liten öppen ekonomi, dvs. en ekonomi som vid varje tidpunkt kan köpa och sälja varor på världsmarknaden till fasta världsmarknadspriser[20]. Givet en fast växelkurs, under lagen om ett pris, är de inhemska priserna desamma som världsmarknadspriserna. Landet kommer under denna restriktion att bli en nettoexportör eller importör av alla varor som kan köpas och säljas på världsmarknaden till rådande världsmarknadspriser. Se figur 2.2.




Figur 2.2 a Varumarknaden i en öppen ekonomi

[20] Dessa antaganden är inte nödvändiga men de förenklar analysen.




Figur 2.2 b Arbetsmarknaden i en öppen ekonomi

Dessa antaganden innebär att handelsbalansen, dvs. export minus import, inte nödvändigtvis är i jämvikt vid alla tidpunkter. Om vi därutöver antar fullständig rörlighet för kapital och en enda homogen obligation som handlas internationellt kommer räntan att vara densamma på hemmamarknaden som på världsmarknaden. Nominallönen på hemmamarknaden antas till att börja med vara rörlig i varje period.

*Skogsindustrin*: Denna industri tillverkar en homogen (och inte lagringsbar) produkt $q_{1t}$ med hjälp av timmer $c_{1t}$ och arbetskraft $l_{1t}$. Industrin maximerar summan av vinsterna $\pi_1$ under $T$ perioder diskonterade till nuvärde i period ett. Om det löpande priset på varan i period t är $p_{1t}^c$ blir nuvärdet i period ett lika med $p_{1t} = p_{1t}^c(1+r)^{-(t-1)}$ och detsamma gäller för faktorpriserna $p_t^c$ och $w_t^c$, där $r$ är – den för enkelhets skull över tiden konstanta – världsmarknadsräntan.

Nuvärdesvinsten $\pi_1$ kan således skrivas

$$\pi_1 = \sum_{i=1}^{T}[p_{1t} f_{1t}(c_{1t}, l_{1t}) - p_t c_{1t} - w_t l_{1t}] \qquad (2.12)$$

där alla priser är uttryckta som nuvärden i period 1 och $f_{1t}(\bullet) =$ den strikt konkava produktionsfunktionen i skogsindustrin i period $t$.

De nödvändiga och tillräckliga villkoren för maximal vinst bestäms av likheten mellan nuvärdet av marginalprodukten för faktorerna och deras respektive nuvärdespriser i var och en av perioderna:

$$p_{1t}\frac{\partial f_{1t}}{\partial c_{1t}} - p_t = 0 \tag{2.13}$$

$$p_{1t}\frac{\partial f_{1t}}{\partial l_{1t}} - w_t = 0 \quad \text{för alla } t.$$

Priserna är diskonterade till den första perioden, men de kunde lika väl transformeras till period $t$ -värden genom multiplikation med $(1+r)^{t-1}$.

*En uttömbar resurs:* Privata företag utvinner den uttömbara resursen, vars initiella stock/bestånd betecknas $\overline{x}_2$, med hjälp av arbetskraft som enda produktionsfaktor. Det representativa företaget maximerar:

$$L_2 = \sum_{t=1}^{T}[p_{2t}f_{2t}(l_{2t}) - w_t l_{2t}] + \lambda_2[\overline{x}_2 - \sum_{t=1}^{T} f_{2t}(l_{2t})] \tag{2.14}$$

Företaget kan inte utvinna/skörda mer än $\overline{x}_2$ av resursen vilket förklarar restriktionen i beslutsproblemet. Lagrange-multiplikatorn $\lambda_2$ ger i optimum värdet av ytterligare en enhet av resursen.

En inre lösning av maximeringsproblemet är given av ekvationen:

$$\frac{\partial L}{\partial l_{2t}} = p_{2t}f_{2t}' - w_t - \lambda_2 f_{2t}' = 0 \quad \text{alla } t \tag{2.15}$$

Vi har här indexerat arbetskraftens marginalprodukt ( $f_{2t}'$ )med ett primtecken. Ekvationen kan skrivas som

$$p_{2t} - \frac{w_t}{f_{2t}'} - \lambda_2 = p_{2t} - MC_{2t} - \lambda_2 = 0 \tag{2.16}$$

Värdet av ytterligare en enhet av resursen $\lambda_2$ är en ”kil” mellan pris och marginalkostnad och brukar kallas för royalty. Notera att $\lambda_2$ är konstant över tiden.

Om utvinning kan ske utan kostnad, dvs om $MC_{2t} = 0$ för alla $t$, är nuvärdespriset konstant över tiden

$$p_{2t} = \lambda_2 = p_{2t+1} \tag{2.17}$$

Mätt i löpande termer (current value) stiger priset över tiden och vi har en renodling av Hotellings välkända regel för resursuttömning:

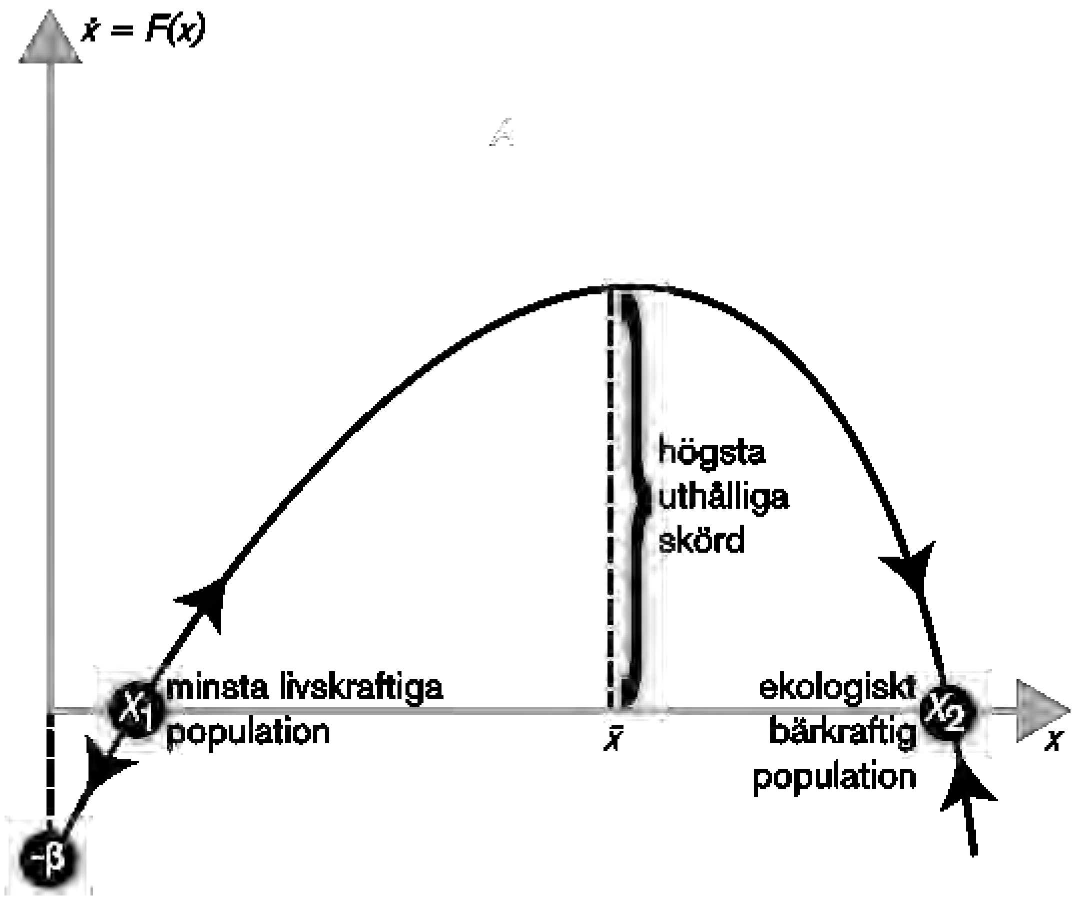
$$p_{2t+1}^{c} = p_{2t}^{c}(1+r) \tag{2.18}$$

Om priset stiger snabbare än räntan lönar det sig att behålla beståndet och ackumulera kapitalvinster. Om priset stiger långsammare än räntan säljer företaget hela fyndigheten och placerar försäljningsintäkten på banken (där den ger den konstanta räntan $r$ för all framtid).

*En förnyelsebar resurs utöver timmer:* Vi antar att det representativa företaget skördar den förnyelsebara resursen, t.ex. en fiskart, vars stock/bestånd i period $t$ betecknas $x_{3t}$, med hjälp av arbetskraft. Företaget kan också påverka beståndets (stockens) storlek genom att låta uttaget över- eller understiga tillväxten. Företaget maximerar

$$L_2 = \sum_{t=1}^{T} [p_{3t} f_{3t}(l_{3t}) - w_t l_t] + \sum_{t=1}^{T} \lambda_{3t} [x_{3t-1} + F_t(x_{3t-1}) - f_{3t}(l_{3t}) - x_{3t}] \qquad (2.19)$$

med avseende på $l_{3t}, x_{3t}, \lambda_{3t}$. Funktionen $F_t(x_{3t-1})$ representerar resursens tillväxttakt under period $t$ som en funktion av den initiala stocken i tidpunkt $t-1, x_{3t-1}$ med $F_t^{'} > 0 \, eller \, F^{'} \leq 0, F_t^{''} \leq 0$, där ett primtecken markerar en derivata med avseende på beståndsstorleken. (Se figur 2.3). Notera att som figuren ritats det finns en lägsta nivå för ett livskraftigt bestånd. Faller beståndet under denna nivå uttöms/kollapsar resursen. Det finns också ett maximalt hållbart bestånd, där beståndet är så stort att marginaltillväxten är noll; naturen kan inte bära ett större bestånd. Syftar man till att maximera skörden, helt oberoende av kostnaden för ett sådant mål, bör beståndet hållas på nivån $\bar{x}$ i figuren.




Figur 2.3 Biomassa ekvationen

Uttaget ur beståndet är givet av $f_{3t}(l_{3t})$ och värdet efter uttag är $x_{3t}$. De nödvändiga villkoren för en inre lösning av maximeringsproblemet ges av:

$$\frac{\partial L_3}{\partial l_{3t}} = p_{3t} f_{3t}' - w_t - \lambda_{3t} f_{3t}' = 0$$

$$\frac{\partial L_3}{\partial x_{3t}} = -\lambda_{3t} + \lambda_{3t+1}[1 + F_{t+1}'(x_{3t})] = 0 \qquad (2.20)$$

$$\frac{\partial L_3}{\partial \lambda_{3t}} = [x_{3t-1} + F_t(x_{3t-1}) - f_{3t}(l_{3t}) - x_{3t+1}] = 0 \quad \text{alla } t$$

För att tolka dessa villkor antar vi att modellen nått ett varaktighetstillstånd (steady state), där beståndet är konstant över tiden. Den första ekvationen visar att det finns en kil mellan priset och marginalkostnaden, vilken kan skrivas:

$$p_{3t} - \frac{w}{f_{3t}'} - \lambda_{3t} = p_{3t} - MC_{3t} - \lambda_{3t} = 0 \qquad (2.21)$$

Det nya är att Lagrange-multiplikatorn varierar utanför varaktighetstillståndet. Genom att utnyttja villkoren ett och två för två på varandra följande perioder kan man visa att i ett varaktighetstillstånd gäller, om priserna är uttryckta i löpande värden (current value), att

$$\lambda_{3t} = \lambda_{3t+1}(1+r)$$

$$(2.22)$$

$$\lambda_{3t} = \lambda_{3t+1}[1 + F'(\bar{x}_3^*)]$$

där $\bar{x}_3^*$ är den optimala (konstanta) stockstorleken. Villkoren (2.22) implicerar att $F'(\bar{x}_3^*) = r$ i varaktighetstillståndet, dvs. pengar/resurser på banken och på ”fiskebanken” skall på marginalen ge samma avkastning. Den tredje ekvationen ger i varaktighetstillståndet en tillväxt lika med samma uttag i varje period. Notera att det ekonomiskt optimala beståndet understiger det bestånd ( $\bar{x}$ ) som ger maximal skörd i figur 2.3 genom att $F'(\bar{x}_3^*) = r > 0$, något som gäller till vänster om $\bar{x}$ . Skälet är att den marginella tillväxten/avkastningen är lägre än $r$ för bestånd bortom $\bar{x}_3^*$ för att bli noll för beståndet $\bar{x}$ , dvs. $F'(\bar{x}) = 0$.

*Privat timmerproduktion:* I detta avsnitt behöver vi en s.k. "normalskog” som innebär att marken i ett varaktighetstillstånd är uppdelad i jämnstora ytor och det finns lika många ytor som skogens optimala rotationsperiod (i år). Varje yta innehåller en åldersklass och den optimala rotationsperioden är densamma för varje bestånd/åldersklass. Varje år avverkas ett bestånd som resulterar i en skörd $c^*$ . Ett elegant sätt att under dessa omständigheter mäta det optimala värdet av normalskogen är att gå till väga på följande sätt: Vi antar att både timmerpris och lön i varje tidpunkt ( $p_t^c, w_t^c$ ) är konstanta över tiden. Detta innebär att priset i period $t$ diskonterat till period 1, betecknat $p_t$ , är lika med $p_t = p_2(1+r)^{-t+1}$ . Detsamma gäller lönen och räntan är som tidigare konstant. Vi kan då skriva den maximala vinsten för den representativa timmerproducenten på följande sätt:

$$\pi_4 = (p_1 c_1^* - w l_{41}) + (p_2 c_2^* - w_2 l_{42}) + \ldots.$$
$$(p_1 c_1^* - w_1 l_{41})(1+r)^{-T^*} + (p_2 c_2^* - w_2 l_{42})(1+r)^{-T^*} + \ldots$$

där $c_1^*$ representerar träd som planterades för $T^*$ år sedan och avverkas i period 1, där $T^*$ är den optimala omloppsperioden, $c_2^*$ representerar träd som når åldern $T^*$ i period 2 och då avverkas. Notera att $p_1 = p_2(1+r)^{-1}$ och $w_1 = w_2(1+r)^{-1}$. Vid varje avverkning sker en omedelbar nyplantering. Eftersom alla bestånd är homogena kan man bestämma den optimala omloppstiden genom att följa ett enda bestånd över tiden, här det bestånd som når den optimala rotationsåldern i period 2 (varpå omedelbar nyplantering sker och nästa avverkning och nyplantering äger rum $T^*$ år senare och så vidare). Den oändliga serie som då skapas har formen

$$\pi_4 = (p_2 c_2^* - w_2 l_{42})[1 + (1+r)^{-T^*} + (1+r)^{-2T^*} + \ldots] = \frac{(p_2 c_2^* - w_2 l_{42})}{1-(1+r)^{-T^*}}$$

För att lösa rotationsproblemet behöver vi hantera det faktum att det är frågan om diskret tid och vi avstår från att botanisera i sådana teknikaliteter[21]. Vi nöjer oss här med att anta att den representative timmerproducenten maximerar vinsten genom att bestämma den optimala omloppstiden.

## DEN OFFENTLIGA SEKTORN/PROJEKTEN

För att generera cost-benefit-regler införs statliga företag vars produktionsnivåer är exogent givna politikvariabler. Dessa företag är därför inte nödvändigtvis vinstmaximerande. Vinster (eller förluster) i företagen överförs med hjälp av klumpsummetransaktioner som betecknas $\pi_g$. Statens budgetrestriktion har därför formen:

$$\pi_g = \sum_{i=1}^{4} \pi_{gi} =$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{t=1}^{T} \{[p_{1t} f_{1t}(c_{1t}, l_{1t}) - p_t c_{1t} - w_t l_{1t}] && \pi_{g1} \\
&+[p_{2t} f_{g1t}(c_{git}, l_{git}) - w_t l_{git}] && \pi_{g2} \\
&+[p_{3t} f_{g3t}(l_{g3t}) - w_t l_{g3t}]\} && \pi_{g3} \qquad (2.25) \\
&+(p_2 c_{g2} - w_2 l_{g42}) / [1-(1+r)^{-T}] && \pi_{g4}
\end{aligned}$$

Om $\pi_g > 0$ sker en klumpsummetransferering till hushållen och om $\pi_g < 0$ får hushållen erlägga en klumpsummeskatt[22]. Det faktum att staten kan ändra sina policyvariabler används här för välfärdsanalyser av små projekt. Av det skälet måste vi introducera en konsument.

## DEN REPRESENTATIVE KONSUMENTEN

För att kunna fokusera på effektivitetsöverväganden (vilket innebär att jämförelser inom och mellan generationer ignoreras) antas att det finns *en representativ individ* som har nyttofunktionen:

---

[21] Lösningen finns i Johansson och Löfgren (1985) s. 227.

[22] En skatt som inte beror på vad subjektet har för yrke, inkomst eller förmögenhet. Egentligen en skatt som bara fungerar i teorin.

$$U = U(q_{11}^d, ..., q_{3T}^d, c_1^d, ..., c_T^d, l_1^s, ..., l_T^s) \tag{2.26}$$

där toppindex d står för efterfrågan, toppindex s står för utbud, $q_1$ är den produkt som produceras av skogsindustrin, $q_2$ är utvinning/konsumtion av den uttömbara resursen och $q_3$ är den förnyelsebara resurs (vid sidan av timmer) som skördas/konsumeras. Konsumentens (individens, hushållets) intertemporala budgetrestriktion kan skrivas

$$\sum_{i=1}^{4}(\pi_i + \pi_{gi}) + \sum_{t=1}^{T}(w_t l_t^s - \sum_{i=1}^{3} p_{it} q_{it}^d - p_t c_t^d) = 0 \, .$$

Både lån och sparande kan tillåtas men summan av sparande och lån måste vara noll vid $T$. Med andra ord, budgetrestriktionens nuvärde summerar till noll. Dessutom gäller att alla vinstintäkter (uttryckta som nuvärden) tillfaller hushållet. Maximering av nyttofunktionen givet budgetrestriktionen ger under strikt kvasikonkavitet (konkavitet)[23] inre lösningar. Första ordningens villkor för ett maximum är:

$$\frac{\partial U}{\partial q_{it}^d} = \mu p_{it}$$

$$\frac{\partial U}{\partial c_t^d} = \mu p_t \tag{2.26a}$$

$$\frac{\partial U}{\partial l_t^s} = -\mu w_t \qquad \text{alla t}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^{4}[(\pi_i + \pi_{gi}) + \sum_{t=1}^{T}(w_t l_t^s - \sum_{i=1}^{3} p_{it} q_{it}^d - p_t c_t^d)] = 0 \, . \tag{2.27}$$

där $\mu$ är en Lagrange-multiplikator kopplad till budgetrestriktionen och som tolkas som inkomstens marginalnytta.

Vi har nu samtliga pusselbitar för att genomföra en cost-benefit-analys i allmän jämvikt. Lösningen till detta problem i termer av $c_t^d, l_t^s, \mu$ kan kompakt skrivas som funktioner av alla priser och summan av alla priserna och summan av alla vinsterna, vilka i sin tur beror på alla priserna.

## COST- BENEFIT-REGLER FÖR ALLMÄN JÄMVIKT I EN INTERTEMPORAL EKONOMI MED NATURRESURSER

För att genomföra en cost-benefit-analys måste vi transformera icke observerbara nyttoändringar till observerbara/mätbara monetära enheter. Det görs genom att multiplicera alla termer med inversen till Lagrange-multiplikatorn, dvs. med $\mu^{-1}$. Vidare fokuserar vi på små projekt vilket innebär att vi studerar små (första ordningens) policyförändringar. För att härleda cost-benefit-regeln börjar vi med

[23] För att satisfiera andra ordningens villkor för maximum för hushållet (företagen). Se Varian (1994).

att totaldifferentiera den optimala nyttofunktionen (välfärdsfunktionen) och multiplicerar med $\mu^{-1}$. Då erhålls

$$dW = \frac{dU}{\mu} = y = \sum_{t=1}^{T}\{\sum_{i=1}^{3}[(\frac{\partial U}{\partial q_{it}^{d}})dq_{it}^{d} + (\frac{\partial U}{\partial c_{it}^{d}})dc_{it}^{d} + (\frac{\partial U}{\partial l_{it}^{s}})dl_{it}^{s}]\}\mu^{-1} = \sum_{t=1}^{T}(\sum_{i=1}^{3} p_{it}dq_{it}^{d} + p_t dc_{it}^{d} - w_t\, dl_{it}^{s}) \tag{2.28}$$

Vi låter nu ekonomisk politik komma in i bilden via ändringar i vinsterna genom att differentiera konsumentens intertemporala budgetrestriktion vilket ger:

$$\sum_{t=1}^{T}(\sum_{i=1}^{3} p_{it}dq_{it}^{d} + p_t dc_{it}^{d} - w_t\, d_{it}^{s}) = \sum_{i=1}^{4}(d\pi_i + d\pi_{gi}) + \sum_{t=1}^{T} l_t^s dw_t \tag{2.29}$$

Notera att alla priser utom lönen är fixerade i varje tidpunkt genom antagandet om en liten öppen ekonomi. Vi kan nu substituera (2.29) i (2.28) och erhålla

$$dW = \sum_{i=1}^{4}(d\pi_i + d\pi_{gi}) + \sum_{t=1}^{T} l_t^s dw_t \tag{2.30}$$

Från enveloppteoremet, som behandlats ovan, följer att totalförändringen av vinsten för det privata företaget $i$ är

$$d\pi_i = d\bar{\pi}_i - \sum_{t=1}^{T} l_{it}dw_t = -\sum_{t=1}^{T} l_{it}dw_t \quad i = 1,...,4 \tag{2.31}$$

För definiera termen $d\bar{\pi}_i$, som avser en vinstförändring till fasta priser, och visa att $d\bar{\pi}_i = 0$ kan vi studera företag 1

$$d\bar{\pi}_1 = \sum_{t=1}^{T}[(p_{1t}\frac{\partial f_{1t}}{\partial c_{1t}} - p_t)dc_{1t} + \sum_{t=1}^{T}[(p_{1t}\frac{\partial f_{1t}}{\partial l_{1t}} - w_t)dl_{1t}] = 0 \tag{2.32}$$

Värdet av marginalprodukten för en faktor är lika med faktorersättningen i perioden varför båda termerna inom klamrar är lika med noll. Detsamma följer för den maximala vinsten för naturresurserna även om det tillkommer ”kilar” mellan pris och marginalkostnader. För den förnyelsebara resursen tar minus nyttovärdet av resursens marginalprodukt ( $\lambda_2 f_{2t}^{'}$ ) ut prisets värde utöver marginalkostnaden. Däremot så gäller inte enveloppteoremet för statens företag, eftersom deras vinstuttryck innehåller exogena parametrar som inte är optimerade. Med andra ord, $d\bar{\pi}_{gi}$ är typiskt skilt från noll för alla $t$.

Vi kan nu skriva

$$dW = \sum_{i=1}^{4} d\bar{\pi}_i + \sum_{i=1}^{4} d\bar{\pi}_{gi} - \sum_{t=1}^{T}[\sum_{i=1}^{4}(l_{git} + l_{it}) - l_t^s]dw_t = \sum_{i=1}^{4} d\bar{\pi}_{gi} \tag{2.33}$$

eftersom arbetsmarknaden är i jämvikt (så att $l_{git} + l_{it} - l_t^s = 0$ i varje period). På samma sätt "nettas" andra marknader ut som befinner sig i jämvikt. Med andra ord, antagandet om en liten öppen ekonomi med en fix växelkurs är inte nödvändig för vår regel i ekvation (2.33):

*Cost-Benefit-regel: Tecknet på summan av förstaordningsändringarna av de parametriserade vinsterna vid givna priser visar att projektet ökar eller minskar välfärden. Är summan positiv ökar välfärden.*

Notera att det är priserna i utgångsläget som skall användas för att värdera volymförändringarna i cost-benefit-regler för små projekt.

Regeln gäller även för en ekonomi med flexibel växelkurs. Vi behöver bara anta att (växelkursen anpassas så att) handelsbalansen är noll i alla perioder. Vid låst växelkurs försvinner handelsbalansen ur modellen, därför att summan av den över all perioder är noll. För att se detta räcker det med att man substituerar för vinsttermerna, och dessutom använder det faktum att arbetsmarknaden är i jämvikt. I en perfekt marknadsekonomi utan handel kommer alla marknader att vara i jämvikt och små prisförändringar påverkar inte vårt tidigare resultat. Precis som arbetsmarknaden ovan fungerar marknadsjämvikterna som en enveloppegenskap för små prisändringar[24]. Notera också att fasta kostnader, om de skulle tas med i vinstuttrycken, inte finns med i cost-benefit-regeln. De förblir konstanta parametrar.

## OPTIMALA REGLER FÖR STATLIGA INGREPP

Vi studerar här frågan om hur statliga ingrepp kan påverka välfärden på ett optimalt sätt. Låt oss studera varje industrigren för sig. För den statliga *skogindustrin s*om producerar skogindustriprodukter med hjälp av insatsvarorna timmer och arbetskraft ser förändringen i vinsten till fasta priser ut på följande sätt:

$$\begin{aligned} d\bar{\pi}_{g1} &= \sum_{t=1}^{T} [(p_{1t}\frac{\partial f_{g1t}}{dc_{g1t}} - p_t)dc_{g1t} + (p_{1t}\frac{\partial f_{g1t}}{dl_{g1t}} - w_t)dl_{g1t}] = \\ &= \sum_{t=1}^{T} [p_{1t} - MC(q_{g1t})]dq_{g1t} \end{aligned} \tag{2.34}$$

Det betyder att villkoret för optimum blir detsamma som för ett företag under fullständig konkurrens, d.v.s. priset skall vara lika med marginalkostnaden. Är priset lägre än marginalkostnaden skall produktionen minskas och om motsatsen gäller skall den ökas. I optimum ("first best") är priset lika med marginalkostnaden i varje period.

Om staten (alt. den sociale planeraren) gör ett försök att förbättra välfärden genom att manipulera vinsten för den *icke förnyelsebara resursen* kan första ordningens villkor användas för att få ett optimalt resultat. Låt antalet perioder för enkelhets skull vara två. De två marginella periodvinsterna till fasta priser kan skrivas som

$$d\bar{\pi}_{g2} = (p_{21}f'_{g21} - w_t)dl_{g21} + (p_{22}f'_{g22} - w_t)dl_{g22} \tag{2.35}$$

[24] Detta är grunden för det s.k. Hotellings lemma som finns i uppsatsen Edgeworth's Taxation Paradox and the Nature of Demand (1932) på sidan 114 i The Collected Economics Articles of Harold Hotelling. Hotellings lemma påstås i alla läroböcker som vi sett vara enveloppegenskaper hos en optimal vinstfunktion, men så är inte fallet. Det skulle kunna ha varit fallet.

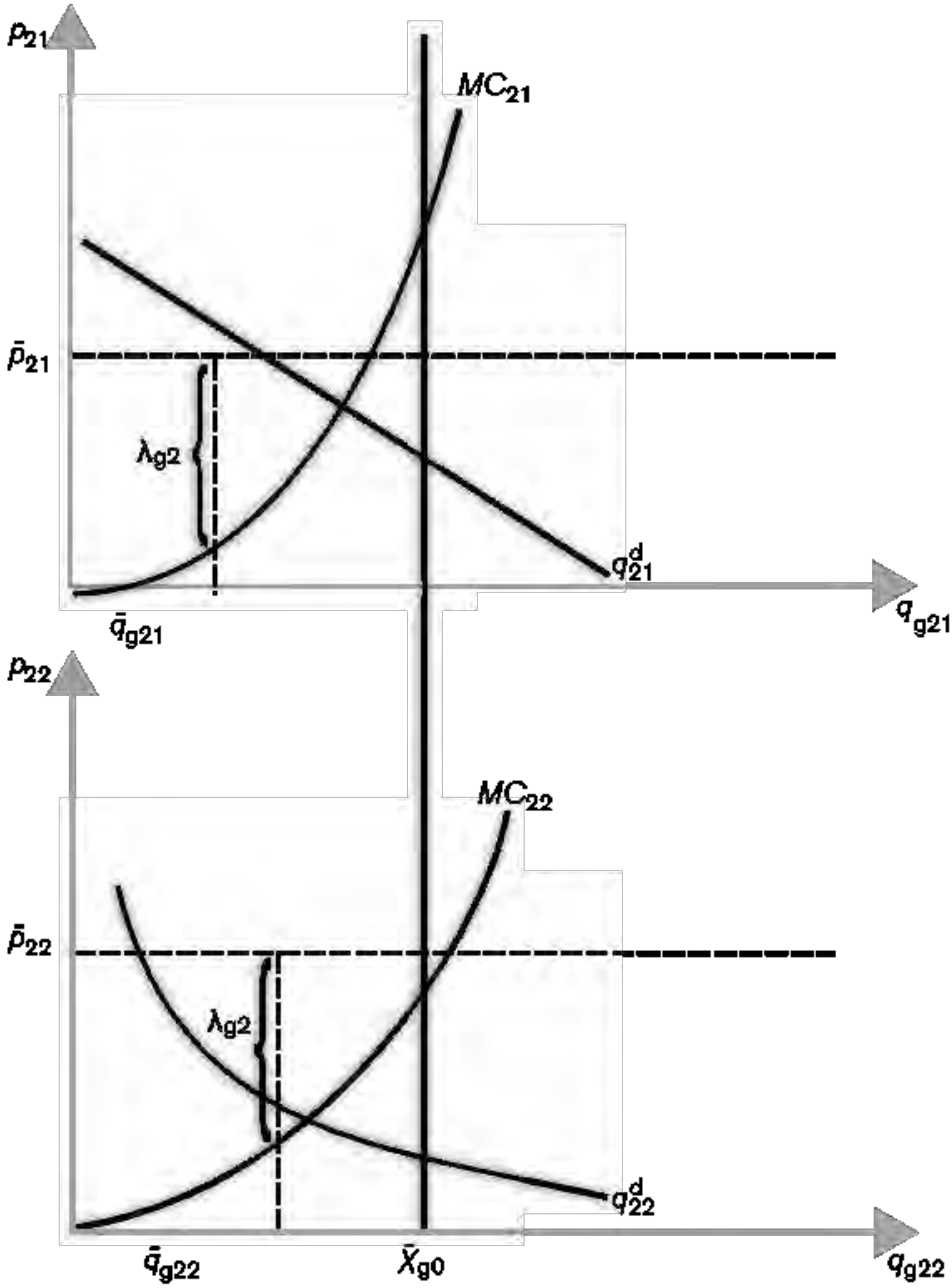
Eftersom resursen skall uttömmas över båda perioderna är det inte optimalt att sätta priset lika med marginalkostnaden i den ena eller andra perioden. Vidare gäller att om produktionen ökas i den första perioden måste den minska i den andra perioden, därför att $\overline{x}_2 = q_{g21} + q_{g22}$.

Om vi utgår från (2.35) ovan kan vi efter manipulationer uppnå följande resultat:

$$dW = d\overline{\pi}_{g2} = (p_{21} f'_{g21} - w_t) dl_{g21} + (p_{22} f'_{g22} - w_t) dl_{g22} =$$

$$\begin{aligned}
&(p_{21} - \frac{w_1}{f'_{g21}}) f'_{g21} dl_{g2l} + (p_{22} - \frac{w_2}{f'_{g22}}) f'_{g22} dl_{g2t} = \\
&(p_{21} - MC_{g21}) dq_{g21} + (p_{22} - MC_{g22}) dq_{g22} = \\
&[(p_{21} - MC_{g21}) - (p_{22} - MC_{g22})] dq_{g21}
\end{aligned} \tag{2.36}$$

eftersom $-f'_{g21} dl_{g21} = -dq_{g21} = dq_{g22}$ från restriktionen $\overline{x}_2 = q_{g21} + q_{g22}$. Med andra ord, vi har visat att en förändring i den ena perioden förändrar produktionen i den andra perioden i motsatt riktning. Det optimala för staten eller den sociale planeraren är att göra skillnaden mellan pris och marginalkostnad lika stor i båda perioderna (dvs. samma villkor som ovan visats gälla för den privata aktören inom sektorn). Detta maximerar välfärdsförbättringen. Se figur 2.4.




Figur 2.4 Optimal extraktion av en icke förnyelsebar resurs i tvåperiodfallet. Optimalt extraherar företaget $\overline{q}_{g21} + \overline{q}_{g22} = \overline{x}_{g0}$, där $\overline{x}_{g0}$ är den initiella resursstocken.

d

För den *förnyelsebara resursen* är situationen den att om man vill hålla resursen på samma nivå över tiden skördar man i varje period tillväxten. Om nu den sociale planeraren vill öka skörden med en enhet utöver den rådande tillväxten och stanna där måste hon sedan minska skörden med $F_g^{'}$ enheter per period för all framtid, där $F_g^{'}$ är beståndets marginella tillväxt i tidpunkt *t*. Resonemanget illustreras av ekvationen

$$dW = d\bar{\pi}_{g3} = (p_{31} f_g^{'} - w_1)(1 - F_g^{'} \sum_{t=2}^{T} (1+r)^{-t+1}) dl_{g31} = [\lim_{T \to \infty}]$$
$$[p_{31} - MC_{31}(q_{g31})](1 - F_g^{'} / r) dq_{g31} \qquad (2.37)$$

Här antas att både priset och lönen är konstanta över tiden. Den sista likheten följer av att vi går i gräns[25], $T \to \infty$. Om välfärdsfunktionen är strikt konkav maximeras välfärden i ett varaktighetstillstånd $dW = 0$ om $F_g^{'}(\bar{x}_g) = r$, där $\bar{x}_g$ är den optimala stationära beståndsstorleken.

Vi skulle komma till samma kvalitativa resultat om ett statligt timmerföretag används för att maximera välfärden eftersom Faustmann-lösningen till problemet ger ett välfärdsmaximum.

**Slutsats:** *Givet vår modell ska ett offentligt ägt företag som strävar efter att maximera välfärden i en perfekt marknadsekonomi använda marknadspriser som skuggpriser. Denna slutsats gäller oberoende av om företaget producerar en vanlig vara, utvinner en icke förnyelsebar resurs eller skördar en förnyelsebar resurs.*

Vi behöver emellertid *inte* nödvändigtvis fokusera på ett statligt företag som *projektet.* Som framgår av den tidigare statiska analysen, där vi använde en parameter (alt. parametervektor) för projektet kan man derivera den optimala välfärdsfunktionen *partiellt* med avseende på parametern (parametrarna). Därmed genereras mycket enkelt och smidigt (med hjälp av enveloppteoremet) en samhällsekonomisk utvärderingsregel och det återstår ”endast” att visa om projektet är välfärdsförbättrande eller inte. Detsamma gäller för en optimal välfärdfunktion som beskriver ett i tiden *kontinuerligt dynamiskt projekt.* Vi återkommer till detta nedan.

## COST BENEFIT-ANALYS VID MARKNADSMISSLYCKANDEN

Vi övergår nu till att studera hur cost-benefit-reglerna förändras vid marknadsmisslyckanden. Vi använder fortfarande samma modellstruktur men tillfogar relevanta restriktioner. Det första fallet som vi behandlar kallar vi för *klassisk arbetslöshet*. Vi antar att lönen är konstant och satt över dess jämviktsnivå, vilket gör att inte alla som vill arbeta får arbeta. Eftersom det är bara varumarknaden som är i jämvikt, medan arbetsmarknaden kännetecknas av ett utbudsöverskott, betyder detta att företagen producerar ”som vanligt”. Deras maximeringsproblem förblir kvalitativt desamma som tidigare. Däremot kommer konsumenten att uppleva en restriktion på arbetsmarknaden, vilket innebär att hon maximerar nyttan under en budgetrestriktion men också under en restriktion på arbetsmarknaden. Den restriktionen har följande utseende:

$$l_t^s \le \bar{l}_t = \sum_{i=1}^{4} (l_{it} + l_{git}) = l_t^d \quad \text{alla t} \qquad (2.38)$$

där $\bar{l}_t$ är storleken på restriktionen på arbetsmarknaden. Vi antar att restriktionen är bindande och inledningsvis att den gäller för alla tidpunkter. Alla förstaordningsvillkor är med ett undantag desamma som tidigare och vi behöver därför bara ”uppdatera” förstaordningsvillkoret för utbudet på arbetsmarknaden:

$$\frac{\partial U}{\partial l_t^s} = -\mu w_t + \theta_t \quad \text{alla } t \qquad (2.39)$$

[25] Se ekvation 1.13 ovan.

där $\theta_t \geq 0$ är Lagrange-multiplikatorn för restriktionen på arbetsmarknaden i period $t$. Vi kan nu arbeta på samma sätt som ovan så när som på att vi måste ta hänsyn till att förstaordningsvillkoret för arbetsmarknaden har modifierats. För att slippa onödiga termer antar vi att $d\bar{\pi}_{g1} = d\bar{\pi}_{g2} = d\bar{\pi}_{g4} = 0$ och fokuserar på det offentligt ägda företag som utvinner den förnyelsebara resursen. Vi får:

$$
\begin{aligned}
dW_u &= \frac{dU}{\mu} = d\pi_u = \sum_{i=1}^{T}\{\sum_{i=1}^{3}[(\frac{\partial U}{\partial q_{it}^d})dq_{it}^d + (\frac{\partial U}{\partial c_{it}^d})dc_{it}^d \\
&+(\frac{\partial U}{\partial l_{it}^s})dl_{it}^s]\}\mu^{-1} = \sum_{i=}^{T}(\sum_{i=1}^{3} p_{it}dq_{it}^d + p_t dc_{it}^d - w_t dl_{it}^s) + \\
&+\sum_{t=1}^{T}\frac{\theta_t}{\mu}d\bar{l}_t = d\bar{\pi}_{g3} + \sum_{t=1}^{T}\frac{\theta_t}{\mu}d\bar{l}_t
\end{aligned} \tag{2.40}
$$

För att tolka cost-benefit-regeln noterar vi till att börja med att privata företag inte ändrar sin produktion till följd av att staten förändrar parametrarna i det företag som producerar den förnyelsebara resursen (eftersom alla priser är konstanta). Däremot förändras naturligtvis $\bar{\pi}_{g3}$ och därmed sysselsättningsnivån $d\bar{l}_t = d\,\mathrm{l}_{g3t}$. Uttrycket $\theta_t / \mu$ mäter skillnaden mellan marknadslönen och den subjektivt upplevda kostnaden för att arbeta mer (”marginal disutility of work effort” konverterad till kronor och ören genom division med $\mu$). Om den subjektivt upplevda kostnaden är noll så sammanfaller $\theta_t / \mu$ med lönen. Då är den samhällsekonomiska kostnaden för att anställa en arbetslös person lika med noll i alla perioder. I detta specialfall blir välfärdsförändringen:

$$dW_u = p_3(1 - F_g^{'} r^{-1})dq_{g3}$$

givet att priset är konstant över tiden. Antagandet att den samhällsekonomiska kostnaden för att anställa en arbetslös är lika med noll är ett specialfall (och i en studie av flottning i Umeälven hävdades – i en måhända vanartig tolkning – att antagandet innebär att det för samhället är ”gratis” att bära timret). Under alla förhållanden torde skuggpriset för lönen ligga mellan den faktiska lönen och noll. Om skuggpriset, dvs. reservationslönen, sammanfaller med marknadslönen är $\theta_t / \mu$ lika med noll.

Om vi antar att den sociala kostnaden för att sysselsätta en arbetslös person är icke negativ och konstant i löpande termer i alla perioder kan vi skriva den som

$$\alpha = -(1+r)^t \frac{\partial U}{\partial l_t^s}\mu^{-1} = w_t - (1+r)^t \frac{\theta_t}{\mu} \geq 0 \quad \text{alla}\, t \tag{2.41}$$

dvs.

$$w_t - \alpha = (1+r)^t \frac{\theta_t}{\mu} \tag{2.41a}$$

Om man i stället tänker sig temporära avvikelser från full sysselsättning ser cost-benefit-regeln annorlunda ut. Låt oss anta att vi i period ett har klassisk arbetslöshet som den sociale planeraren vill kompensera genom att öka sysselsättningen i det statliga företag som skördar den förnyelsebara resursen. Den ökade konkurrens på avsalumarknaden som detta medför för det privata företaget kan sannolikt tränga undan en del men knappast alla nya arbetstillfällen. I den andra perioden har efterfrågan efter den förnyelsebara resursen, sysselsättningen och lönen minskat, därför att "för mycket" skördades i den första perioden. Arbetsmarknaden befinner sig också i jämvikt genom att lönen är flexibel i denna period. Låt oss också för enkelhets skull anta att den löpande lönen är konstant och betecknad $w$. Då blir ekonomin kvar i en långsiktig ("first best") jämvikt. Cost-benefit -regeln kan därför skrivas:

$$dW_u = (w-\alpha)(dl_{g31} - dl_{31}) + \sum_{i=1}^{4}(d\pi_i + d\pi_{gi}) + w_2 dl_2^s = (w-\alpha)(dl_{g31} - dl_{31}) \tag{2.42}$$

Den första likheten följer av sysselsättningsförändringarna, medan den andra likheten följer av att $d\pi_i = -l_{i2}dw_2$ och $d\pi_{gi} = -l_{gi}dw_2$ summerar till arbetsmarknadsjämvikten tillsammans med $l_t^s dw_2$. Med andra ord, välfärden ökar om och endast om den statliga sysselsättningsökningen övertrumfar sysselsättningsminskningen i den privata sektorn.

## KEYNESIANSK ARBETSLÖSHET

Denna sektion behandlar cost-benefit-regler där varumarknaden (här skogindustrin) såväl som arbetsmarknaden är i ett tillstånd där efterfrågan är mindre än utbudet (efterfrågeunderskott på båda marknaderna). I en sådan situation förväntar man sig att såväl skogindustriföretag som arbetare upplever en restriktion på respektive marknad. Denna situation har i makroekonomiska sammanhang kallats för Keynesiansk arbetslöshet. Orsaken till detta tillstånd är typiskt att priserna är trögrörliga och för enkelhets skull konstanta.

Antag att de privata timmerproducenterna bara kan sälja $\overline{c}_1$ i period ett och inte den vinstmaximerande kvantiteten $c_1^*$ och att restriktionen dessutom lyfts i den andra perioden så att de privata företagen kan sälja obegränsat till givna priser. För arbetsmarknaden kvarstår sysselsättningsrestriktionen. I en sådan situation är det inte osannolikt att staten försöker stimulera sysselsättningen via ökad produktion i sina egna företag. Utan att här gå in på detaljerna kan man visa att om den offentliga timmerproducenten lyckas med att sälja sitt timmer kommer detta tillskott på marknaden att urgröpa timmerförsäljningen för de privata timmerproducenterna. Orsaken är att utbudet förblir vid efterfrågerestriktionen, vilket innebär att det bara sker en omfördelning av försäljning och sysselsättning mellan de två företagstyperna. Privata företag som inte möter restriktioner i den andra perioden kommer att öka produktion och sysselsättning, medan det statliga företaget inskränker sin timmerproduktion därför att avverkningen skiftades till den första perioden. Som en konsekvens blir sysselsättningen i period 2 oförändrad[26].

I viss mening är ett resultat som detta intressant, därför att det visar att politikmakarna måste förstå om arbetslösheten orsakas av brist på efterfrågan eller utbud. Orsaken måste vara känd innan man kan implementera en ekonomisk politik som förbättrar sysselsättningen och välfärden.

## AVVERKNINGSREGLER VID EFTERFRÅGEÖVERSKOTT PÅ VARUMARKNADEN OCH ARBETSLÖSHET

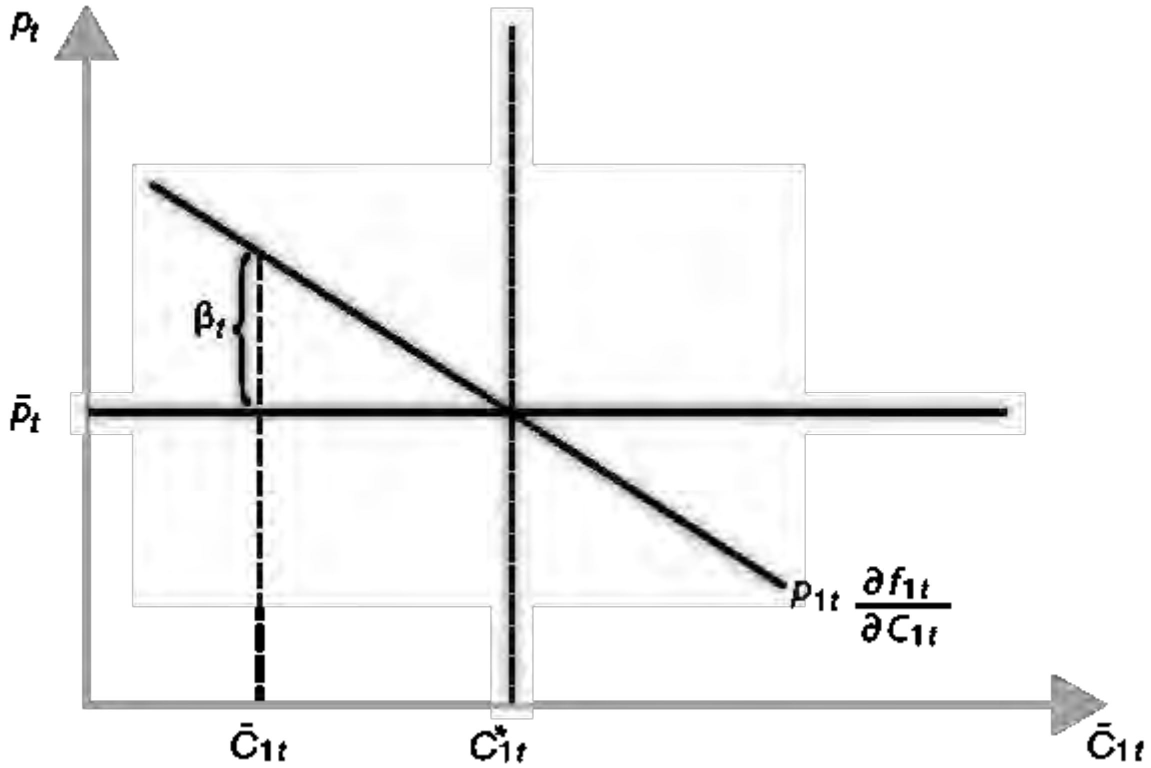
I Västeuropa finns de exempel på länder (t.ex. Finland och Sverige) som upplevt virkesbrist, dvs. att produktionen av skogprodukter hämmas av brist på timmer. I en sådan situation möter det representativa skogsindustriella företaget en restriktion som kan läggas till vinstfunktionen (se ovan).

[26] Såvitt inte statliga och privata företag skiljer sig åt i effektivitet.

Det innebär att vinstfunktionen kan skrivas som en Lagrange-funktion. Den resulterande första ordningens villkor för maximum ser ut på följande sätt:

$$\left.\begin{aligned} & p_{1t}\frac{\partial f_{1t}}{\partial c_{1t}} - p_t - \beta_t = 0 \\ & p_{1t}\frac{\partial f_{1t}}{\partial l_{1t}} - w_t = 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{för alla } t \tag{2.43}$$

Där $\beta_t \geq 0$ är Lagrange-multiplikatorn till restriktionen i period $t$ (se figur2.5).




Figur 2.5 Ransonering på timmer-/rundvirkesmarknaden

Antag att restriktionen är bindande enbart i period 1, d.v.s. $\beta_1 > 0, \beta_2 =, ..., = \beta_T = 0$ .

Ekonomin hämmas som tidigare av ofrivillig arbetslöshet, och alla priser och löner är konstanta över tiden. Om vi använder samma ansats som tidigare kan välfärdsförändringen, efter det att den sociale planeraren ökat virkesutbudet i period ett med $dc_{g1} = d\bar{c}_{11}$ skrivas:

$$dW_c = \beta_1 d\bar{c}_{11} + (w - \alpha)dl_{11} \tag{2.44}$$

där $\alpha \leq w$(där en likhet illustrerar varför ökad sysselsättning inte ger något samhällsekonomiskt "mervärde" då reservationslönen sammanfaller med marknadslönen). Vi har antagit att den statliga timmerproducenten i den första perioden ökat sin timmerproduktion för att minska den i den andra perioden, och i framtida perioder använda Faustmann-Pressler-Ohlins formel för optimal timmerproduktion. Privata skogsägare ändrar inte sin timmerproduktion i någon av perioderna, därför att relativpriserna är oförändrade. Vi kan sammanfatta cost-benefit-regeln för en situation med överskottefterfrågan efter timmer och ofrivillig arbetslöshet:

**Slutsatser:**

*(i) Använd* $\beta_1$*, dvs. skillnaden mellan den marginella betalningsviljan för ytterligare en enhet timmer och marknadspriset, för att värdera det ransonerade timret; och*

*(ii)Bestäm förändringen av sysselsättningen i skogsindustrin* $l_{11}$ *och värdera denna förändring med den rådande lönen minus en eventuell justering* $\alpha$ *som reflekterar den subjektivt upplevda kostnaden för ytterligare arbetsinsatser.*

## REELL ELLER POTENTIELL KOMPENSATION: "THE TAKING ISSUE"

Så långt har framställningen fokuserat på en ekonomi med en "representativ" agent. Vi övergår nu till fallet med heterogena individer där vissa kan vinna medan andra förlorar på ett projekt. Frågan är då lite löst uttryckt om vinnarna kan kompensera förlorarna så att man når en Pareto-förbättring av välfärden. Exemplet är the "Taking issue" i den amerikanska författningen. Som analysen ovan visat kan inte vinstmaximerande (privata eller statliga) timmerproducenter alltid förväntas agera på ett samhällsekonomiskt önskvärt sätt. Detta reser den viktiga frågan huruvida skogsägare skall mutas eller genom regleringar tvingas att bete sig på "rätt sätt".

I USA är denna frågeställning besvarad i (5:e tillägget till) konstitutionen. "Taking" kräver kompensation ("private property shall not be taken for public use without just compensation"), men regleringar gör det inte. Staten kan naturligtvis använda andra instrument, t.ex. Pigouvianska skatter[27] för att lösa liknande problem, men här fokuseras på The Taking Issue i skogsbruket.

För att kunna göra detta måste vi överge vårt antagande om en representativ konsument och ersätta henne med heterogena konsumenter. I en sådan ekonomi är ett projekt inte nödvändigtvis samhällsekonomiskt motiverat bara för att de aggregerade (dvs. summerade) intäkterna överstiger de aggregerade kostnaderna. Orsaken är naturligtvis att en del aktörer vinner på projektet medan andra förlorar. För att projektet skall vara en Pareto-förbättring måste vinnarna kompensera förlorarna på ett sätt som gör att ingen får det sämre. För att reell kompensation skall göra ett projekt till en Pareto-förbättring måste följande villkor vara uppfyllda:

***Villkor för Pareto-förbättrande kompensation***

*(i)För att ett marginellt (dvs. litet) projekt ska kunna genomföras som en strikt Pareto-förbättring är det nödvändigt att välfärdsförändringen har ett positivt värde* $dW = \sum_{h=1}^{H} dW_h > 0$,

*där de individuella välfärdsförändringarna* $dW_h$ *kan vara positiva, negativa eller noll (h=1,…,H).*

*(ii) För att garantera en strikt Pareto-förbättring måste vinnarna i projektet kompensera förlorarna så att varje individ får det bättre* $dW^h + \delta^h > 0$ *för alla h ,där* $\delta^h$ *representerar en klumpsumme-transaktion (noll, plus eller minus) till/ från individ h och*

[27] Pigouvianska skatter finns för att hantera både positiva och negativa externa effekter. Pigou introducerade dessa i Pigou (1920). Dansken Warming hade emellertid föregripit honom redan 1911 genom att använda en skatt för att göra fritt fiske effektivt.

$$\sum_{h=1}^{H} \delta^h = 0.$$

Regleringar kan betyda att staten lägger restriktioner på företagens maximeringsproblem. Det kan t.ex. vara så att staten bestämmer att avverkningsåldern skall överstiga en viss ålder. Typiskt innebär det att avverkningsåldern måste överstiga den vinstmaximerande åldern. Det kan också gälla att viss mark reserveras för rekreation, och/ eller att den hyser skyddade arter som störs av en avverkning. Under alla förhållanden kan det, trots restriktionen, innebära att den första delen av villkoren för en Pareto-förbättring är uppfyllda. Däremot är det sannolikt att skogsägaren inte fullständigt kompenseras för olägenheten av en reglering, även om det vore möjligt genom att vinnarna beskattas för sin välfärdsförbättring och att skatteintäkten används för att kompensera förlorarna.

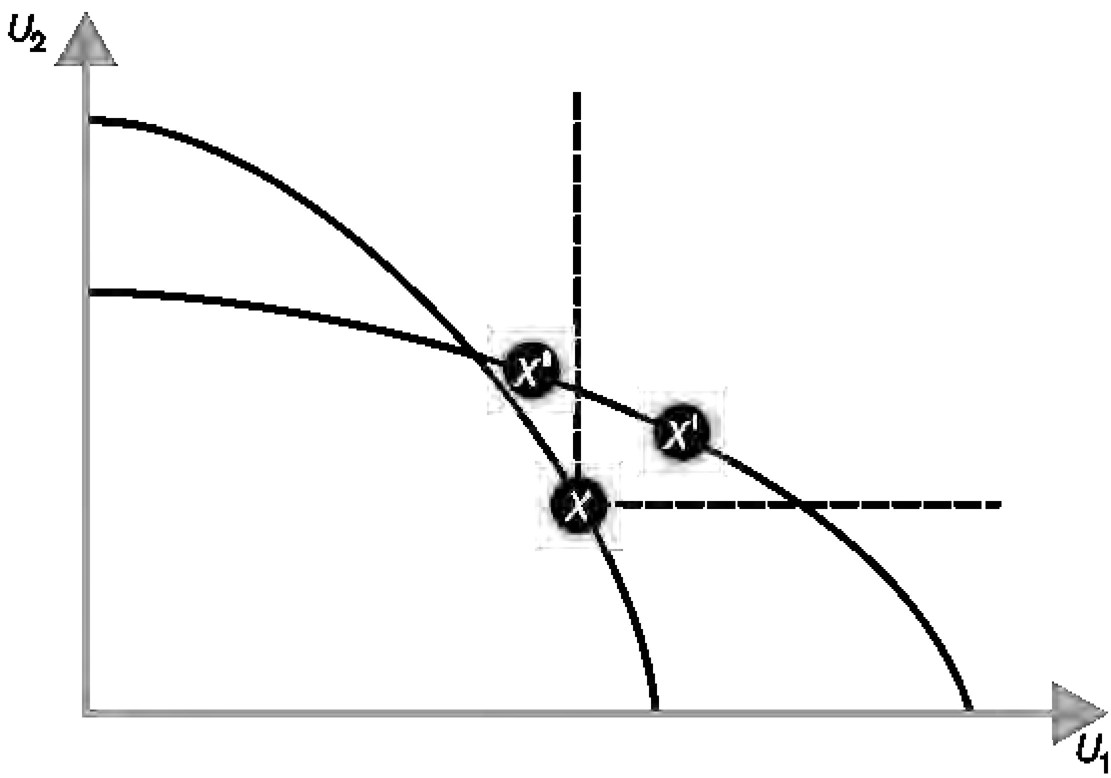
”Taking” enligt den amerikanska konstitutionen tycks uppfylla båda kriterierna ovan och innebär därmed en Pareto-förbättring. Detta kräver emellertid att det är vinnarna – och inte skattebetalarna i största allmänhet – som kompenserar förlorarna. Om så inte är fallet kommer ovanstående kriterium inte att hålla eftersom delar av skattebetalarkollektivet drabbas av välfärdssänkande förluster.

Taking ”anses” precisare än regleringar därför att skogsägarna kompenseras i det första fallet men inte det andra. Men hur skall staten veta vilka som är vinnare eller förlorare? Det kan ju vara så att bördan av ingreppet förflyttas från en grupp till en annan, medan en tredje grupp får välfärdsförbättringen.

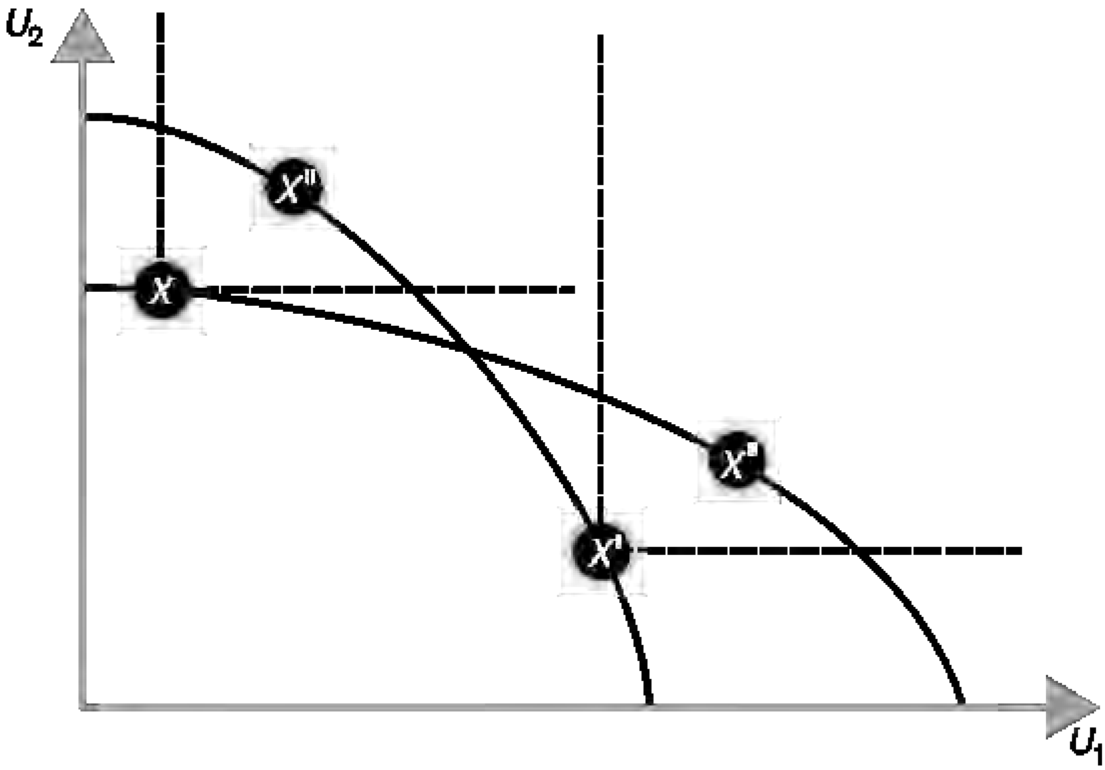
En typisk cost-benefit-analys av ett framgångsrikt projekt ger ett utfall som satisfierar det första kriteriet ovan. Ett sätt att tolka resultatet är att det svarar mot en *potentiell* Pareto-förbättring[28] genom att förlorarna får nöja sig med en potentiell eller hypotetisk kompensation. I litteraturen brukar detta sätt att se på en välfärdsförbättring kallas Hicks-Kaldor kriteriet efter upphovsmännen. Det är naturligtvis inte självklart att ett sådant synsätt är acceptabelt för allmänheten.

Kriteriet är, även om man accepterar att det endast innebär potentiella välfärdsförändringar, inte helt invändningsfritt. Om ekonomin bara innehåller två individer och dessa förflyttar sig längs en given nyttofront är inte kompensation möjlig. Varje förflyttning längs fronten innebär att en individ vinner medan den andre förlorar, och det finns ingen källa att ”ösa” kompensation ur. Det andra problemet är, som Tibor Scitowsky påpekat, att kriteriet inte är antisymmetriskt (ungefär ”för vilken den omvända relationen inte gäller om elementen är olika” så att t.ex. $\geq$ är en antisymmetrisk relation). Om två nyttofronter skär varandra kan två allokeringar, belägna på var sin front, båda uppfylla Hicks-Kaldor kriteriet (se figur 2.6). Det ger intrycket att det är välfärdshöjande att gå från den ena till den andra allokeringen och vice versa. Självfallet uppträder dessa problem också i fallet med fler än två individer (men det är något mer krävande att avbilda i en figur).

[28] En version av Paretokriteriet säger: Allokeringen $x'$ Pareto-dominerar $x$ om varje person föredrar $x'$ framför $x$. En annan version säger: Allokeringen $x'$ Pareto-dominerar $x$ om varje individ anser att den är minst lika bra som $x$ och en individ anser att den är bättre. Om man utnyttjar kontinuitet och monotonicitet hos preferenserna kan man visa att de två definitionerna är ekvivalenta.




Figur 2.6 a Nyttofronter och Hicks-Kaldor kriteriet; X’ föredras framför X enligt Paretokriteriet och X’’ föredras framför X enligt Hicks-Kaldor kriteriet




Figur 2.6 b Nyttofronter och Hicks-Kaldor kriteriet; X föredras framför X’ och X’ föredras framför X enligt Hicks-Kaldor kriteriet

I följande mening är emellertid kompensationskriteriet tekniskt korrekt: Antag att vi har en marknadsjämvikt $(x, p)$ där $x$ är startallokeringen och $p$ är jämviktsprisvektorn. Om vi funderar att övergå till en annan möjlig allokering $x^{\bullet}$ kan vi visa följande:

*Om* $x^{\bullet}$ *potentiellt föredras framför* $x$ *enligt Pareto-kriteriet är*

$$\sum_{h=1}^{H} p_h x_h^{\bullet} > \sum_{h=1}^{H} p_h x_h$$ *, där* $x_h$ *är konsument h's optimala konsumtionsvektor innehållande alla varor.*

*Med andra ord, nationalinkomsten till rådande priser, summerad för alla H individer, är högre i allokeringen* $x^{\bullet}$ *än i* $x$.

*Bevis: Se Varian (1992 s 405.)*

Detta betyder att om nationalinkomsten minskar vid rådande priser i en alternativ allokering kan vi direkt dra slutsatsen att den nya allokeringen inte är att föredra framför den man utgick från. Däremot kan vi inte dra slutsatsen att varje (lite större) ökning av nationalinkomsten till rådande priser är *potentiellt att föredra* framför den rådande allokeringen $x$. Men om vi återgår till diskussionen av små eller stora projekt i inledningen till detta kapitel kan man komma en bit på väg i detta avseende genom att enbart arbeta med små projekt. Man kan med hjälp av en Taylorexpansionen av första ordningen visa att om

$$p\sum_{h=1}^{H} x_h^{\bullet} > p\sum_{h=1}^{H} x_h$$

och avståndet mellan $x_h^{\bullet}$ och $x_h$ för alla *h* är tillräckligt litet så finns det alltid en omfördelning av $x^{\bullet}$, kalla den $x^{\bullet o}$ sådan att alla konsumenter föredrar $x^{\bullet o}$ framför $x$. För att visa detta låter vi $x = \sum_{h=1}^{H} x_h$ och $x^{\bullet} = \sum_{h=1}^{H} x_h^{\bullet}$. Därefter definierar vi $x_h^{\bullet o} = x_h + (x^{\bullet} - x)/H$. Här får sådes varje konsument $1/H$ av skillnaden mellan $x^{\bullet}$ och $x$. Vi substituerar detta i ekvationen för första ordningens villkor:

$$\begin{aligned} &[u_h(x_h^{\bullet o}) - u_h(x_h)]\lambda_h^{-1} = p[x_h + (x^{\bullet} - x)H^{-1} - x_h] \approx \\ &p(x^{\bullet} - x]H^{-1} = p\Delta x / H \end{aligned} \tag{2.45}$$

Högerledet är positivt eftersom $\Delta x > 0$, och nationalinkomsten ökar till de rådande priserna samtidigt som alla konsumenter ökar sin nyttonivå.

**Slutsats:** *För tillräckligt små projekt innebär alltid en ökad nationalinkomst att potentiell kompensation är möjlig***.**

Med andra ord, om vi accepterar Hicks-Kaldor kriteriet svarar CBA regeln mot (potentiellt) välfärdhöjande små projekt/åtgärder (om kalkylens tecken är positivt).

En *hypotetisk* kompensation innebär självfallet att ett projekt som ökar nationalinkomsten kan försämra villkoren för utsatta eller på annat sätt svaga grupper. Det förekommer därför i litteraturen andra fördelningskriterier än Hicks-Kaldor-kriteriet. Enklast kan det illustreras med hjälp av en social välfärdsfunktion[29]. Den kan uppfattas som samhällets motsvarighet till individens nyttofunktion och kan skrivas

$$W = W[V_1(.),......,V_H(.)] \tag{2.46}$$

där $W(\bullet)$ mäter samhällets välfärd och $V_h(.)$ är (den indirekta) nyttofunktionen för individ $h$. Samhällets välfärd beror – är en funktion – av individernas nyttonivåer. Derivatan $\partial W(\bullet)/\partial V_h$ är den välfärdsvikt som samhället enligt den valda välfärdsfunktionen tilldelar individ $h$. I allmänhet väntar man sig att vikten är lägre ju högre nyttonivå individen uppnår. Det finns dock undantag. En utilitaristisk välfärdsfunktion tilldelar alla individer samma vikt oberoende av vilka nyttonivåer de uppnår, dvs. $\partial W(\bullet)/\partial V_h = 1$ för alla individer[30]. En annan funktion, som förknippas med den amerikanske filosofen John Rawls (1921-2002), tilldelar alla utom den sämst ställda individen (gruppen) vikten 0. Projektets välfärdsutfall beror då enbart på om den sämst ställda (gruppen) får det bättre eller sämre.

Låt oss använda den sociala välfärdsfunktionen för att ange en enkel regel för samhällsekonomiska kalkyler (och som det överlåts på läsaren att härleda).

$$\Delta W = \sum_{h=1}^{H} W_h \cdot \lambda_h \cdot CV_h$$

där $W_h = \partial W/\partial V_h$ är den marginella välfärdsvikt samhällets välfärdsfunktion tilldelar individ $h$, $\partial V_h/\partial y_h = \lambda_h$ är inkomstens ($y_h$) marginalnytta för individ $h$ och $CV_h$ är individens (positiva eller negativa) betalningsvilja för ett litet projekt. För att angreppssättet skall ge samma ”svar” som Hicks-Kaldor-kriteriet måste den sociala inkomstens marginalnytta, dvs. $W_h\lambda_h$, vara densamma för alla individer. Då ökar ju den sociala välfärden om projektet ökar nationalinkomsten, dvs. om summan av $CV_h$ är positiv. Vinnarna kan då (hypotetiskt) kompensera förlorarna. Men det räcker med att summan är positiv, någon (hypotetisk) kompensation krävs inte med detta angreppssätt (eftersom $\Delta W > 0$ när summan av $CV_h$ är positiv oberoende av om det sker en omfördelning eller inte). Om välfärdsfördelningen är optimal så är den sociala inkomstens marginalnytta densamma för alla (men för vissa funktioner, t.ex. den som förknippas med Rawls, finns inte en sådan ”inre” lösning). Det går nämligen att öka den sociala välfärden så länge som $W_h\lambda_h$ skiljer sig åt mellan individer genom att omfördela från individer med låg till individer med hög $W_h\lambda_h$. När $W_h\lambda_h$ är densamma för alla kan den totala välfärden inte ökas genom ytterligare omfördelningar.

Om den sociala inkomstens marginalnytta ($W_h\lambda_h$) skiljer sig åt mellan olika individer/grupper kräver angreppssättet att vikterna på något sätt skattas eller approximeras. Det är självfallet en delikat uppgift men tillvägagångssättet understryker vikten av att i en samhällsekonomisk utvärdering

---

[29] Den amerikanske ekonomen Abram Bergson (1914-2003) anses vara den som först definierade en social välfärdsfunktion men många av de mest tongivande ekonomerna som Paul A. Samuelson (1915-2009) och Kenneth J. Arrow (1921-) har gjort banbrytande bidrag.

[30] Utilitarismen förknippas ofta med de engelska filosoferna Jeremy Bentham (1748-1823) och John Stuart Mill (1806-1873).

belysa projektets fördelningskonsekvenser. Vilka tillvägagångssätt som praktikern kan använda sig av diskuteras utförligt i del IV kapitel 4.

## ANALYS AV STORA PROJEKT

Som framgår av avsnittet ”Små och stora projekt” ovan är det bl.a. ”konsumentöverskottet” som tillkommer i en sådan välfärdsjämförelse mellan två tillstånd (ett projekt). Vi har här satt konsumentöverskottet under citationstecken och orsaken är icke trivial. Konsumentöverskotten som bygger på de traditionella efterfrågefunktionerna, man integrerar från priset som ger efterfrågan noll till marknadspriset, har via inkomsteffekten egenskaper som gör dem svåra att använda. För det första svarar ett konsumentöverskott inte mot en betalvilja, i allmänhet. Betalviljan mäts ju till vänster om en s.k. hicksiansk efterfrågekurva (så att konsumentöverskottet är meningsfullt bara om den vanliga efterfrågekurvan sammanfaller med den hicksianska). För det andra, om flera priser ändras så beror konsumentöverskottets storlek på i vilken ordning priserna ändras, i allmänhet. Det brukar på engelska kallas för path dependence (dvs. beroende av integrationsvägen). Summan av konsumentöverskotten beror på i vilken ordning som marknadspriserna deltar i integrationen. Detta problem kan lösas genom att vi väljer efterfrågefunktioner sådana att vi uppnår vägoberoende (path independence).

Vi kan utnyttja det första exemplet på cost-benefit-regler för små projekt för att kortfattat diskutera denna problematik. Den optimala värdefunktionen för konsumenten i detta exempel kan vi i allmän jämvikt skriva som[31]

$$V(p,w,\Pi(p,w)) = u(x(p,w),l(p,w),\Pi(p,w)] \tag{2.47}$$

Om vi till att börja med behandlar vinsten som exogen, d.v.s. att substitutionen av priserna in i vinstfunktionen inte är genomförd, kan man visa att derivatorna av den optimala värdefunktionen med avseende på $p, w, \Pi$ kan skrivas som

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial p} &= -\lambda x^m \\ \frac{\partial V}{\partial w} &= \lambda l^m \\ \frac{\partial V}{\partial \Pi} &= \lambda \end{aligned} \tag{2.48}$$

Här är $x^m(p,w,\Pi)$, och $l^m(p,w),\Pi)$ de vanliga marshallianska efterfråge- och utbudsfunktionerna (därav toppindex *m*). Resultatet följer av envelopptoremet och Roy’s identitet där

$$x^m(\bullet) = -\frac{\lambda x^m}{\lambda} = -\frac{\dfrac{\partial V}{\partial p}}{\dfrac{\partial V}{\partial \lambda}}.$$

De exakta villkoren för att integralen ska vara oberoende av integrationsväg är som följer:

[31] Vi undertrycker här parametern $\alpha$. Den optimala värdefunktionen innehåller liksom i det inledande exemplet i kapitel 2 både varor och arbetskraft.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial p \partial w} = \frac{\partial(\lambda x)}{\partial w} = \frac{\partial(-\lambda l)}{\partial p} = \frac{\partial^2 V}{\partial w \partial p}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial \Pi \partial p} &= \frac{\partial \lambda}{\partial p} = \frac{\partial(\lambda x)}{\partial \Pi} = \frac{\partial^2 V}{\partial p \partial \Pi} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \Pi \partial w} &= \frac{\partial^2 V}{\partial w \partial \Pi} \end{aligned} \qquad (2.49)$$

Notera att för det lilla projektet så bortser vi från andraderivatorna i (2.49) och andra högre termer varför den aktuella problematiken inte uppkommer.

Villkoren (2.49) är uppfyllda för s.k. kvasi-linjära nyttofunktioner, där löst uttryckt inkomsteffekten separerats från varuargumenten i den två gånger deriverbara nyttofunktionen:

$$U(x) = u(x_1,...,x_n) + x_0 \qquad x_0 > 0 \qquad (2.50)$$

För

$$u(x_1, x_2) + x_0,$$

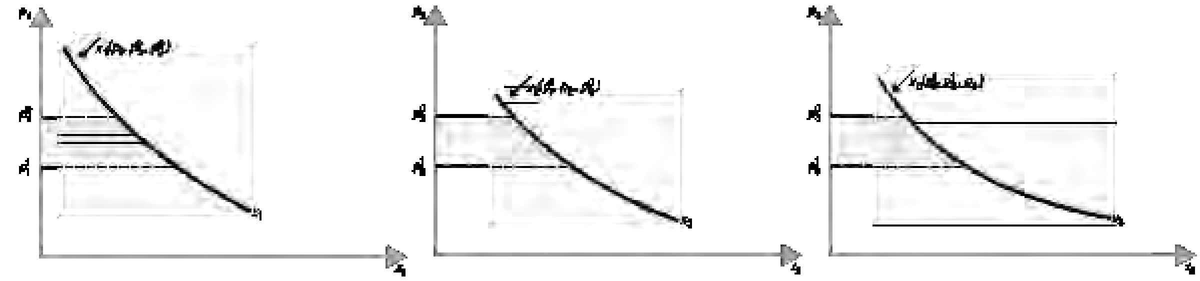
och budgetrestriktionen

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + x_0 = \pi$$

där $\pi$ är den reala (här lika med den nominella) vinsten, kan vi lätt visa att efterfrågefunktionerna $x_i = x_i(p_1, p_2)\ \ i = 1,2$ beror enbart på priserna samt att Lagrange-multiplikatorn är en konstant. I detta specialfall är ovanstående villkor för vägoberoende uppfyllda därför att

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_1^m}{\partial p_2} &= \frac{\partial x_2^m}{\partial p_1} \\ \frac{\partial x_i^m}{\partial \pi} &= 0 = \frac{\partial \lambda}{\partial p_i} \end{aligned} \qquad (2.51)$$

Med andra ord, för denna typ av nyttofunktioner fungerar konsumentöverskottsanalysen för alla tänkbara permutationer av prisförändringarna när man integrerar/beräknar konsumentöverskotten. I de flesta andra fall blir det vad den amerikanske ekonomen Ed Morey kallat ”Confuser surplus”. Det är fullt möjligt att nyttoförändringarna på olika marknader kan summeras så att summan blir positiv eller negativ. Tecknet beror då på vilken permutation av prisförändringar som väljs vid integration. En illustration av summeringen finns i figur 2.7 nedan. I detta fall fungerar summeringen eftersom nyttofunktionen antas vara kvasi-linjär. Den i figuren valda integrationsordningen innebär att priset på vara ett sänks. Givet den prissänkningen utvärderas en sänkning av priset på vara två. Slutligen utvärderas en sänkning av priset på vara tre givet de lägre priserna på de två första varorna. Vi skulle nå samma totala konsumentöverskott om vi valde någon annan (tillåten) integrationsväg. Men detta fall med en kvasi-linjär nyttofunktion är som sagts ovan ett specialfall.



Figur 2.7 Konsumentöverskott när tre priser förändras och nyttofunktionen är kvasi-linjär. Den fjärde varan är numerär med priset ett

Vi skall därför arbeta med två alternativa lösningar på konsumentöverskottsproblemet, lösningar som alltid ger ett entydigt resultat. De två lösningarna är compensating variation (kompenserande variation) och equivalent variation (likvärdig eller ekvivalent variation). Begreppen utarbetades av Sir John Hicks i en serie artiklar i Review of Economic Studies under 1940-talets första hälft. De fanns emellertid redan i hans arbete Value and Capital, som utkom 1939.

Den kompenserande variationen är den maximala (minimala) penningsumma som kan tas från (som måste ges) till en konsument för att han skall ha samma välfärd som före t.ex. ett prisfall (en prishöjning). Den ekvivalenta variationen är den minimala (maximala) summa som måste ges till (tas ifrån) en konsument för att han skall ha samma välfärd som efter ett fall (ökning) i ett pris. Grundvalen för de två begreppen är den s.k. utgiftsfunktionen som vid givna priser ger den minimala utgift (inkomst) som krävs för att nå en given nyttonivå. Funktionen kan skrivas:

$$e(p,\bar{u}) = \min_x (px; u(x) \geq \bar{u}) = px^h(p,\bar{u}) \qquad (2.52)$$

Den kompenserade hicksianska efterfrågefunktionen erhålls från den optimala utgiftsfunktionen genom att derivera med avseende på varupriset[32]: $x_i^h = x_i^h(p,\bar{u})$ som är den hicksianska eller inkomstkompenserade efterfrågefunktionen för varan i. Denna funktion uppfyller (givet att den är två gånger deriverbar) villkoren för oberoende av integrationsvägen, vilket sammanhänger med att de hicksianska efterfrågefunktionerna har en substitutionseffekt men ingen inkomsteffekt. (Tekniskt sett innebär detta att matrisen för substitutionseffekter har korsderivator som är symmetriska i enlighet med vad som krävs för att erhålla en exakt differential[33].) Därmed uppfylls villkoren ovan och vi får enhetliga svar för alla permutationer av prisförändringar.

## Den kompenserande variationen

Genom att använda utgiftsfunktionen kan vi skriva den kompenserande variationen för förändringar i priserna och inkomsten från $(p^0, y_0)$ till $(p^1, y_1)$ som

$$CV = y_1 - y_0 + e(p^0,u_0) - e(p^0,u_0) = \Delta y - \int_c x^h(p,u)dp \qquad (2.53)$$

där $c$ är vägen från $(p^0, y_0)$ till $(p^1, y_1)$. Notera här att $y_1 = e(p^1,u_1)$ och $y_0 = e(p^0,u_0)$ där $u_0$ $(u_1)$ är den initiella (slutliga) nyttonivån. För att tolka (2.53) kan det vara lämpligt att inledningsvis anta att priserna är konstanta, dvs. $p^0 = p^1$, medan inkomsten ändras från $y_0$ till $y_1$. Den summa pengar (kompenserande variation) som i så fall måste tas ifrån/ges till konsumenten för att hålla denne på den

[32] Härledning följer av enveloppteoremet. Det innebär att man bara behöver derivera $p_i$ som fristående parameter.

[33] Se t.ex Chiang och Wainwright (2005) sidorna 486-490.

ursprungliga nyttonivån är $\Delta y$, därför att integraltermen försvinner när priser och nytta hålls konstanta vid integrationen. Om vi däremot låter priserna förändras från $p^0$ till $p^1$, medan inkomsten är oförändrad blir den kompenserande variationen lika med

$$CV = e(p^0, u_0) - e(p^1, u_0) = -\int_c x^h(p, u_0)dp \,. \qquad (2.54)$$

Integralen blir negativ på grund av den ordning som priserna får i den primitiva funktionen.[34] Summan av dessa två steg ger den generella formen för den kompenserande variationen. Slutligen, på grund av att utgiftsfunktionens andraderivator är symmetriska för $i \neq j$ gäller att

$$\frac{\partial x_i^h}{\partial p_j} = \frac{\partial x_j^h}{\partial p_i} \qquad (2.55)$$

Därmed uppfylls villkoret för att integralen ska vara oberoende av integrationsvägen.

[34] Integralen kan skrivas $-\int_{p^0}^{p^1} x^h(p, u_0)dp = -[e(p^1, u_0) - e(p^0, u_0)] = [e(p^0, u_0) - e(p^1, u_0)]$ enligt regler för integration.

## Den ekvivalenta variationen

Skillnaden mellan den likvärdiga eller ekvivalenta variationen och den kompenserande variationen är att nyttonivån i det förra fallet mäts i slutpunkten och inte i startpunkten. Pris- och inkomstförändringarna från $(p^0, y_0)$ till $(p^1, y_1)$ är däremot desamma. Därför ges den ekvivalenta variationen av den penningsumma som måste ges till (tas från) konsumenten vid initiella priser och inkomst $(p^0, y_0)$ för att han ska nå lika hög välfärd (nytta) som den som nås vid slutpriser och slutinkomst $(p^1, y_1)$. Således har vi att:

$$EV = y_1 - y_0 + e(p^0, u_1) - e(p^1, u_1) = \Delta y - \int_c x^h(p, u_1)dp \tag{2.56}$$

eftersom integralen är oberoende av integrationsvägen, vilket betyder att det är irrelevant i vilken ordning prisförändringarna sker på respektive marknad (men man får inte backa eller lämna vägen). Konsumentöverskottet på den i:e marknaden utvärderas betingat på alla tidigare genomförda prisförändringar. Detsamma gäller för den kompenserande variationen. Ett enkelt exempel illustrerar detta faktum. Man kan inte summera en persons betalningsvilja för en BMW plus dennes betalningsvilja för en Volvo; denna summa respekterar inte nödvändigtvis budgetrestriktionen (och summerar man över tillräckligt många bilmodeller så lär även "Ikea-Kamprads" inkomst/förmögenhet sina). I stället får man värdera Volvon givet vad som betalats för BMW:n eller gå den omvända vägen, dvs. först fastställa betalningsviljan för en Volvo och givet vad som erlagts för den fastställa betalningsviljan för en BMW. Båda integrationsvägarna ger samma totala betalningsvilja (om integrationsvillkoren är uppfyllda). Exemplet illustrerar också faran med att hämta betalningsviljeskattningar från olika studier (t.ex. via benefit transfers) och summera dem. Tillvägagångssättet respekterar inte budgetrestriktionen (om nu inte det studerade projektet är litet till skillnad från vad som är fallet här). Vi återkommer med ett exempel hämtat från en studie av en av USA:s mest namnkunniga ekonomer.

Några numeriska exempel kan illustrera de båda betalningsviljebegreppen[35]. Låt oss utgå från den välartade nyttofunktionen

$$u = \alpha \ln x_1 + (1-\alpha)\ln x_2 \tag{2.57}$$

som maximeras under budgetrestriktionen

$$y - p_1x_1 - p_2x_2 = 0 \tag{2.58}$$

där $y$ är en fix inkomst (klumpsumma). Nyttofunktion är speciell i åtminstone ett avseende. Den är separabel i argumenten $x_1$ och $x_2$. Lösningen på optimeringsproblemet blir av den anledningen också speciell. Vi får:

$$x_1 = \frac{\alpha y}{p_1},\ x_2 = \frac{(1-a)y}{p_2},\ \lambda = \frac{1}{y}. \tag{2.59}$$

Om man substituerar efterfrågefunktionerna in i nyttofunktionen får man den *indirekta nyttofunktionen* som beror på priserna och inkomsten:

[35] Exemplet är baserat på Johansson (1993). Nyttofunktionen är välkänd och mycket användbar.

$$V(p_1, p_2, y) = -\alpha \ln p_1 - (1-\alpha) \ln p_2 + \ln y \qquad (2.60)$$

Vi kan enkelt se att villkoren för oberoende av integrationsväg är uppfyllda eftersom

$$\frac{\partial x_1^m}{\partial p_2} = \frac{\partial x_2^m}{\partial p_1} = 0$$

Detta innebär att konsumentöverskottet är oberoende av hur vi integrerar prisförändringar (från givna start- till givna slutvärden). Låt nu prisvektorn för de två varorna förändras från $\mathbf{p^0}$ till $\mathbf{p^1}$ under det att inkomsten hålls konstant. Vi kan då skriva nyttoförändringen på följande sätt:

$$\Delta V = -\lambda(\int_a \frac{ay}{p_1} dp_1 + \int_b \frac{(1-a)y}{p_2} dp_2) \qquad (2.61)$$

Här är $a = (p_1^0, p_1^1)$ och $b = (p_2^0, p_2^1)$. Eftersom $\lambda = 1/y$ och $y$ hålls konstant kan $y$ elimineras från uttrycket. Integration ger[36]

$$\Delta V = -\{[\alpha \ln p_1]_{p_1^0}^{p_1^1} + [(1-\alpha)\ln p_2]\}_{p_2^0}^{p_2^1} = -\{\alpha \ln p_1^0 - \alpha \ln p_1^1 + (1-\alpha)[\ln p_2^0 - \ln p_2^1]\} \qquad (2.62)$$

Ändringen av nyttan är således proportionell mot konsumentöverskottsändringarna. De senare mäts här som ytor till vänster om marshallianska efterfrågekurvor mellan start- och slutpriser. Det är uppenbart att det inte spelar någon roll i vilken ordning vi ändrar priserna, summan av konsumentöverskottsändringarna blir densamma oberoende av integrationsvägen. För mer komplexa nyttofunktioner är $\lambda = \lambda(\mathbf{p})$. Det är då inte säkert att integrationsvillkoren är uppfyllda (om man försöker utvärdera en prisförändring i monetära termer).

Låt os nu beräkna *CV* och *EV* för samma prisändringar som ovan. För att härleda utgiftsfunktionen $e = e(p_1, p_2, \bar{u})$ kan vi utgå från nyttofunktionen i (2.59). Restriktionen för nyttonivån i den första starttidpunkten $\bar{u}$ har, givet att den är bindande, formen:

$$\bar{u} + a \ln p_1 + (1-a) \ln p_2 = \ln y$$

Utgiftsfunktionen kan därför skrivas som:

$$e(p_1, p_2, \bar{u}) = e^{(\bar{u} + a \ln p_1 + (1-a)\ln p_2)} = e^{\ln y} = y \qquad (2.63)$$

Vi vet sedan tidigare att villkoret för vägoberoende är uppfyllt, och vi kan använda enveloppteoremet för att härleda hicksianska eller inkomstkompenserade efterfrågefunktioner. Dessa kan skrivas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial p_1} &= x_1^h = \frac{a}{p_1} e^{(\bar{u} + a \ln p_1 + \ln p_2)} \\ \frac{\partial e}{\partial p_2} &= x_2^h = \frac{1-a}{p_2} e^{(\bar{u} + a \ln p_1 + \ln p_2)} \\ \frac{\partial e}{\partial \bar{u}} &= e^{(\bar{u} + a \ln p_1 + \ln p_2)} = y \end{aligned} \qquad (2.64)$$

---

36 $\frac{d \ln x}{dx} = \frac{1}{x}$.

Vi kan nu skriva den kompenserande variationen genom att följa vägen (a,b) ovan:

$$CV = -[\int_a \frac{\partial e}{\partial p_1} dp_1 + \int_b \frac{\partial e_2}{\partial p_2} dp_2] \tag{2.65}$$

Den ekvivalenta varitionen $EV$ kan härledas på ett liknande sätt. Skillnaden är att nyttan sätts till slutnivån, här betecknad $\bar{\bar{u}}$. Däremot inser man att integrationerna för $CV$ och $EV$ inte är triviala. I allmänhet är det betydligt enklare att använda den indirekta nyttofunktionen. Med samma integrationsväg som ovan erhålls för nyttofunktionen i (2.60)

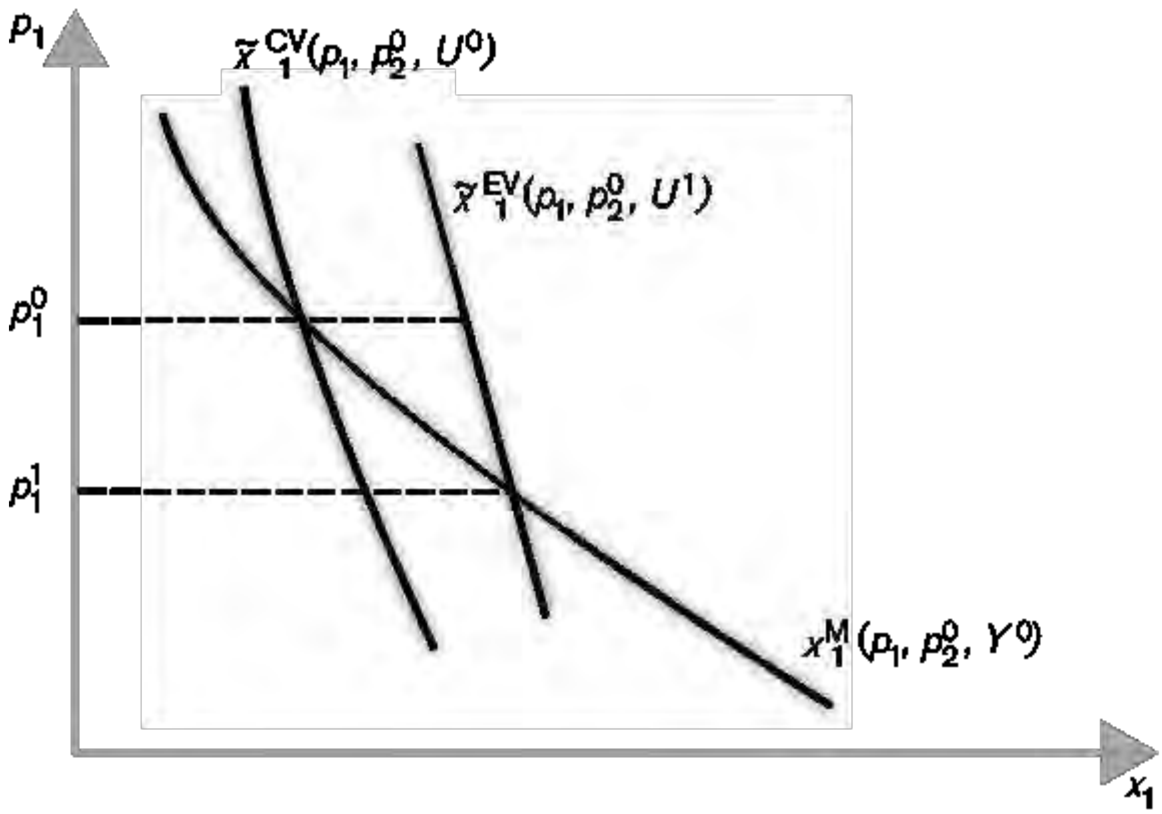
$$-\alpha \ln p_1^1 - (1-\alpha) \ln p_2^0 + \ln(y - CV_1) = -\alpha \ln p_1^0 - (1-\alpha) \ln p_2^0 + \ln(y);$$

$$-\alpha \ln p_1^1 - (1-\alpha) \ln p_2^1 + \ln(y - CV_1 - CV_2) = -\alpha \ln p_1^0 - (1-\alpha) \ln p_2^0 + \ln(y) \tag{2.65'}$$

där $CV_1$ är betalviljan (kompensationen) för en sänkning (höjning) av priset på vara 1, allt annat lika. $CV_2$ är motsvarande belopp för en ändring av priset på vara 2, givet att individen betalat/kompenserats (med beloppet $CV_1$) för ändringen av priset på vara 1 så att individen hela tiden hålls på den initiella nyttonivån. Det gäller att $CV = CV_1 + CV_2$ oberoende av vald integrationsväg. Den indirekta nyttofunktionen kan också användas för att definiera den ekvivalenta variationen för den kombinerade prisändringen.

Läsaren inviteras att beräkna de tre monetära måtten då $y_0 = 10, p_1^0 = p_2^0 = 1$ och båda priserna sänks till 0.5. Vårt påstående är att det marshallianska konsumentöverskottet är ungefär 6.9, $CV$ är 5 och $EV$ är 10. Är detta korrekt ligger således det ordinära konsumentöverskottet mellan de två kompenserade måtten (precis som förväntat för normala varor, se figur 2.8 nedan). Notera också att man inte kan ändra samtliga priser och inkomsten. En vara eller inkomsten (som ovan) måste hållas konstant och fungera som numéraire; dubblas alla priser och inkomsten lämnas efterfrågan för varje vara liksom nyttan oförändrad.

Vi har ännu inte ställt frågan om det finns någon nyttofunktion för vilken *CV* och *EV* är lika stora. Man kan visa att om den underliggande nyttofunktionen är kvasi-linjär gäller att *CV*=*EV*=*CS*, där *CS* betecknar det marshallianska måttet. Skälet är att inkomstens storlek i detta fall inte påverkar efterfrågan varför de marshallianska och hicksianska efterfrågefunktionerna sammanfaller för samtliga varor (utom för en vara, den vara som betecknas $x_0$ i ekvation (2.49) ovan). För varor vars efterfrågan ökar med inkomsten, s.k. normala varor, är de hicksianska efterfrågefunktionerna brantare än den marshallianska efterfrågekurvan. Orsaken är att inkomsteffekten tillkommer i den marshallianska efterfrågefunktionen.




Figur 2.8 $\tilde{X}^{EV}$ och $\tilde{X}^{CV}$ och den Marshallianska efterfrågekurvan

I figur 2.8 är varan normal och $p_1^0 > p_1^1$, vilket innebär att arean för alla mått är negativ. Därmed kan vi rangordna måtten enligt följande: *CV<CS<EV* (precis som i exemplet ovan). Motsatsen gäller naturligtvis om prisrankingen är omvänd, dvs. om $p_1^1$ är det initiella priset och $p_1^0$ är slutpriset. Notera att den hicksianska efterfrågefunktion som håller individen på slutnivån i figuren ligger utanför den hicksianska funktion som håller individen på den initiella nyttonivån. Det beror på att varan antas vara normal och att slutläget svarar mot en högre nyttonivå (inkomst) än startläget.